

# Método numérico para la calibración de un modelo DSGE

Pietro Bonaldi, Andrés González, Juan David Prada, Diego Rodríguez y  
Luis Eduardo Rojas

Departamento de Modelos Macroeconómicos  
Banco de la República

Febrero 4, 2009



# Índice

- 1 Introducción
- 2 Algoritmo híbrido
- 3 Simulaciones de Monte Carlo
- 4 Calibración del largo plazo del PATACON
- 5 Conclusiones



# Outline

- 1 Introducción
- 2 Algoritmo híbrido
- 3 Simulaciones de Monte Carlo
- 4 Calibración del largo plazo del PATACON
- 5 Conclusiones



# Objetivos

- Proponer un método numérico para la calibración de un modelo DSGE.
- Analizar las bondades del algoritmo mediante simulaciones de Monte Carlo.
- Calibrar el largo plazo de un modelo para la economía colombiana (PATACON).



# Proceso de calibración

- Calibrar un modelo es el procedimiento de asignar valores a los parámetros en la búsqueda de la máxima coherencia entre el objetivo planteado y la herramienta a utilizar.
- Se define una función objetivo que depende de los parámetros del modelo y del objetivo planteado y se optimiza esta función.
- Para calibrar un modelo DSGE es necesario:
  - ▶ encontrar el estado estacionario correspondiente a cada asignación de valores de los parámetros.
  - ▶ simular el comportamiento de las variables en el tiempo o calcular momentos que describan estas dinámicas.



# Motivación

- Algunos modelos exigen el uso de métodos numéricos para encontrar el valor de estado estacionario (ej: análisis de política y pronóstico).
- Los métodos numéricos tradicionales son sensibles a la elección de una semilla o valor inicial.
- El método propuesto resuelve el problema de la selección adecuada de una semilla.
- Este método puede ser utilizado para encontrar el estado estacionario y para calibrar el modelo.
- El método propuesto permite hallar parámetros que minimicen alguna función objetivo, por ejemplo, las correspondientes a los métodos de máxima verosimilitud y al método generalizado de momentos, o que puedan ser utilizados en la generación de *priors* para una estimación bayesiana.



# Outline

- 1 Introducción
- 2 Algoritmo híbrido**
- 3 Simulaciones de Monte Carlo
- 4 Calibración del largo plazo del PATACON
- 5 Conclusiones



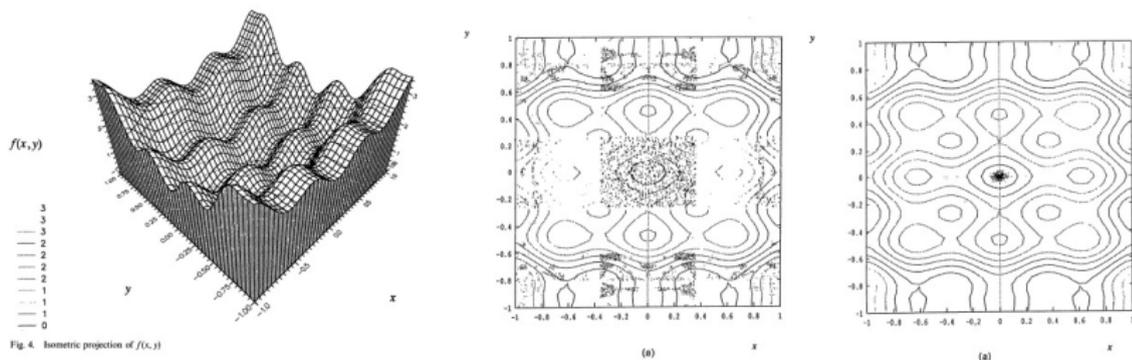
# Descripción del algoritmo

- El algoritmo que presentamos es una variante del método propuesto por Brooks y Morgan [1].
- Este algoritmo híbrido consta de dos componentes:
  - 1 *Simulated Annealing* (SA): genera semillas o valores iniciales para la segunda componente.
  - 2 Un algoritmo tradicional de búsqueda lineal o de región de confianza que usa la semilla generada por SA.
- Este algoritmo resuelve el problema de la alta sensibilidad de los resultados frente a la elección del valor inicial.



# Selección del valor inicial

- Brooks y Morgan [1] realizan pruebas usando la función  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 0,3\cos(3\pi x) - 0,4\cos(4\pi y) + 0,7$
- Un algoritmo cuasi-newtoniano converge en menos del 20% de 1000 intentos



- El simulated annealing alcanza un valor que está en una vecindad del mínimo global en el 100% de los casos



# Simulated Annealing

- Algoritmo propuesto por Kirkpatrick, Gelatt y Vecchi [4], basado en la analogía entre la simulación del proceso de recocido (*annealing*) y la resolución de un problema de optimización combinatoria.
- La mecánica estadística cuenta con métodos para analizar las propiedades agregadas de un sistema conformado por un gran número de átomos.
  - ▶ ¿Qué ocurre con dichos sistemas en el límite cuando su temperatura decrece?
  - ▶ ¿Cuál es la configuración de los átomos en el estado de mínima energía?
  - ▶ Experimentalmente es posible aproximarse al estado fundamental (*ground state*) mediante el proceso de recocido
- De acuerdo con Kirkpatrick et al. [4], encontrar el estado fundamental de un sistema es un problema comparable con los que aparecen recurrentemente en el campo de la optimización combinatoria.



# Simulated Annealing

Para minimizar una función objetivo usando el SA:

- El valor de la función objetivo se equipara con la energía del sistema físico.
- los argumentos con respecto a los cuales se realiza la optimización, con las configuraciones del sistema, definidas por las posiciones de los átomos.
- El estado en el que el valor de la función es mínimo, con el estado fundamental.
- Se define un parámetro de control denominado temperatura que decrece durante la ejecución del algoritmo



# Simulated Annealing

El SA se utiliza para buscar el mínimo de una función  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ .

- Se inicializa en un nivel de temperatura  $T_0$  y la temperatura decrece secuencialmente durante su ejecución.
- En cada nivel de temperatura  $T$ , se realizan  $N$  iteraciones y en cada una se evalúa una vez la función objetivo.
- En la  $k$ -ésima iteración:
  - ▶ Se selecciona aleatoriamente un argumento para la función objetivo,  $x^{alt} \in \mathbb{R}^n$ , cerca del último valor previamente seleccionado,  $x_{k-1}$ , siguiendo una distribución uniforme.
  - ▶ Si  $\Delta f = f(x^{alt}) - f(x_{k-1}) \leq 0$  se acepta el argumento seleccionado, es decir,  $x_k \leftarrow x^{alt}$ .
  - ▶ Procedimiento Metropolis (Metropolis, Rosenbluth, Rosenbluth, Teller y Teller [6]): Si  $\Delta f > 0$ , el argumento seleccionado  $x^{alt}$  es aceptado con probabilidad  $p = \exp\left(\frac{-\Delta f}{k_B T}\right)$ , siendo  $k_B$  la constante de Boltzmann que, para fines prácticos, puede ser remplazada por uno.



# Simulated Annealing

- El proceso anteriormente descrito se repite  $N$  veces hasta que se satisfaga algún criterio de parada. De acuerdo con Metropolis et al. [6], a medida que  $N$  aumenta el sistema descrito converge a un equilibrio en el que los argumentos aceptados se distribuyen siguiendo la distribución de probabilidad de Boltzmann.
- Se disminuye la temperatura secuencialmente siguiendo, por ejemplo, un proceso autorregresivo de la forma  $T_{t+1} = \rho T_t$ , donde  $0 < \rho < 1$ .
- El algoritmo se detiene cuando el sistema se congela, es decir, cuando el porcentaje de argumentos aceptados es, para fines prácticos, igual a cero.



# Algoritmo híbrido

- Brooks y Morgan [1] proponen:
  - ▶ Detener prematuramente el SA y guardar todos los argumentos aceptados en el último nivel de temperatura, junto con el argumento para el cual el valor de la función objetivo fue mínimo.
  - ▶ Usar estos argumentos como semillas para inicializar el algoritmo en la segunda componente.
  - ▶ Comparar los valores de la función objetivo obtenidos por la segunda componente y elegir el argumento correspondiente al mínimo de dichos valores.
- El SA soluciona el problema de la selección del valor inicial y el algoritmo en la segunda componente aumenta la eficiencia y la precisión.



# Estado estacionario del modelo

Objetivo: resolver el sistema de ecuaciones no lineales  $F_{SS}(x; \theta) = 0$  que describe el estado estacionario del modelo

- 1 Simplificación algebraica del estado estacionario  
Reduzca el sistema  $F_{SS}(x, \theta) = 0$  y expréselo en términos de:
  - ▶ Un vector  $\hat{x}$  que contiene un subconjunto con  $n$  de las variables del estado estacionario.
  - ▶ Un sistema reducido  $\hat{F}_{SS}(\hat{x}, \theta) = 0$  con  $n$  ecuaciones del estado estacionario.
- 2 Utilización del algoritmo híbrido sugerido por Brooks y Morgan [1] en la resolución del sistema reducido  $\hat{F}_{SS}(\hat{x}, \theta) = 0$ .
  - 1 Use el algoritmo *Simulated Annealing* (SA) para seleccionar un conjunto de semillas, dado un vector de parámetros  $\theta$ .
  - 2 Utilice estas semillas para inicializar un algoritmo numérico que resuelva sistemas de ecuaciones no lineales.



# Calibración del modelo

Objetivo: minimizar una función objetivo de la forma

$f_{obj}(\hat{\theta}) = (q(\hat{\theta}) - q^{obj})' W (q(\hat{\theta}) - q^{obj})$ . El vector  $\hat{\theta}$  contiene el subconjunto de los parámetros del modelo que serán modificados durante el proceso de calibración.

- 1 Defina un conjunto  $\hat{\Theta}$  que establece restricciones a los valores que pueden tomar los parámetros en el vector  $\hat{\theta}$ .
- 2 Asigne un valor inicial arbitrario  $\hat{\theta}^{in}$  a los parámetros, en el conjunto  $\hat{\Theta}$ .
- 3 Encuentre  $x(\hat{\theta}^{in})$ , es decir, los valores de las variables del estado estacionario correspondiente al vector de parámetros  $\hat{\theta}^{in}$ .
- 4 Use el algoritmo SA para obtener un vector de valores para los parámetros  $\hat{\theta}^{sa}$  que minimice la función objetivo  $f_{obj}(\hat{\theta})$ .

Cada selección aleatoria  $\hat{\theta}^{alt}$  que realice el SA, se debe encontrar el estado estacionario correspondiente  $x(\hat{\theta}^{alt})$



# Calibración del modelo

5. Una vez encontrado el vector  $\hat{\theta}^{sa}$ , úselo como semilla para inicializar un algoritmo de optimización tradicional, por ejemplo, el algoritmo Nelder - Mead (NM), para minimizar la función  $f_{obj}(\hat{\theta})$ .

Para realizar la  $k$ -ésima evaluación de la función objetivo,  $f_{obj}(\hat{\theta}_k^{nm})$ , es necesario calcular el estado estacionario  $x(\hat{\theta}_k^{nm})$ . Entonces:

- 1 Utilice un algoritmo numérico que resuelva sistemas de ecuaciones no lineales usando  $x(\hat{\theta}^{sa})$  como semilla.
- 2 Si el algoritmo en el paso anterior no converge al estado estacionario  $x(\hat{\theta}_k^{nm})$ , interrumpa la ejecución del NM.
  - 1 Use el algoritmo híbrido para obtener  $x(\hat{\theta}_k^{nm})$
  - 2 Reinicie el algoritmo en 5. usando como semilla el vector  $\hat{\theta}_k^{nm}$  y  $x(\hat{\theta}_k^{nm})$  como argumento constante.
- 6 Repita el paso 5. hasta que el valor de la función objetivo satisfaga algún criterio de parada previamente establecido.



# Outline

- 1 Introducción
- 2 Algoritmo híbrido
- 3 Simulaciones de Monte Carlo**
- 4 Calibración del largo plazo del PATACON
- 5 Conclusiones



# Descripción de la simulación

- Se realizó un ejercicio de simulación para ilustrar las propiedades del algoritmo de calibración.
- Dado un modelo DSGE junto con una asignación de valores para sus parámetros,  $\theta^*$ :
  - ▶ Se calculan el valor de estado estacionario y los segundos momentos teóricos de las variables del modelo
  - ▶ Algunos de estos se incluyen en el vector  $q(\theta^*)$  de la función objetivo

$$f_{obj}(\hat{\theta}) = \sum_i \left( \frac{q_i(\hat{\theta}) - q_i(\theta^*)}{q_i(\hat{\theta})} \right)^2$$

- La simulación consiste en minimizar esta función inicializando el algoritmo híbrido en  $K$  vectores de parámetros distintos  $\hat{\theta}$ .



# Modelo utilizado en la simulación

## Hogares

- Función de utilidad: la función de utilidad instantánea es separable en consumo y ocio

$$u(c_t, h_t) = \frac{z_t^u}{1-\sigma} [c_t]^{1-\sigma} - \frac{z_t^h}{1+\eta} ((1-TD) TBP(h_t))^{1+\eta}$$

- Restricción de presupuesto:

$$c_t + x_t + \frac{\Psi(u_t) k_{t-1}}{(1+n)(1+g)} = r_t^k u_t \frac{k_{t-1}}{(1+n)(1+g)} + w_t (1-TD) TBP(h_t) + \frac{\Pi_t}{p_t^c}$$

- Función de costos de utilización:

$$\Psi(u_t) = \Psi_1(u_t - 1) + \Psi_2(u_t - 1)^2$$

- Ecuación de acumulación del capital:

$$k_t = x_t - \frac{\psi^X}{2} \left( \frac{x_t (1+n)(1+g)}{k_{t-1}} - D \right)^2 \frac{k_{t-1}}{(1+n)(1+g)} + \frac{(1-\delta) k_{t-1}}{(1+n)(1+g)}$$

siendo  $D \equiv (1+n)(1+g) - (1-\delta)$ .



# Modelo utilizado en la simulación

## Firmas productoras

- Función de producción

$$q_t^S = z_t^V \left[ \alpha_V^{\frac{1}{\rho_V}} (k_t^S)^{\frac{\rho_V-1}{\rho_V}} + (1 - \alpha_V)^{\frac{1}{\rho_V}} ((1 - TD) TBP(h_t))^{\frac{\rho_V-1}{\rho_V}} \right]^{\frac{\rho_V}{\rho_V-1}}$$

siendo,  $k_t^S = \frac{k_{t-1}}{(1+n)(1+g)} u_t$ .

- Enfrentan rijideces de precios (a la Calvo)
- Demanda agregada

$$q_t^d = c_t + x_t$$

## Autoridad monetaria

$$\dot{i}_t = \rho_s \dot{i}_{t-1} + (1 - \rho_s) (\bar{i} + \varphi_\pi (\pi_t^C - \bar{\pi}))$$



# Modelo utilizado en la simulación

## Procesos exógenos

- Afectan a la utilidad marginal del consumo, la utilidad marginal del ocio y a la productividad

$$\log z_{t+1}^u = \rho_{z_u} \log z_t^u + (1 - \rho_{z_u}) \log \bar{z}^u + \varepsilon_t^u$$

$$\log z_{t+1}^h = \rho_{z_u} \log z_t^h + (1 - \rho_{z_u}) \log \bar{z}^h + \varepsilon_t^h$$

$$\log z_{t+1}^v = \rho_{z_u} \log z_t^v + (1 - \rho_{z_u}) \log \bar{z}^v + \varepsilon_t^v$$

- Los choques asociados a estos procesos siguen una distribución normal estándar:

$$\varepsilon_t^j \sim N(0, 1)$$
$$j \in \{u, h, v\}$$



# Momentos incluidos en la función objetivo

---

|                             |                      |
|-----------------------------|----------------------|
| Primeros momentos           |                      |
| $c, k, x, h, w, q^d$        |                      |
| Segundos Momentos centrados |                      |
| $(i_t, i_{t-1})$            | $(\pi_t, i_{t-2})$   |
| $(h_t, h_t)$                | $(\pi_t, i_{t-3})$   |
| $(w_t, w_t)$                | $(\pi_t, \pi_{t-2})$ |
| $(\pi_t, i_t)$              | $(c_t, i_{t-1})$     |
| $(\pi_t, i_{t-1})$          | $(c_t, i_t)$         |
| $(\pi_t, \pi_{t-1})$        | $(c_t, c_t)$         |
| $(x_t, x_t)$                | $(q_t^s, q_t^s)$     |
| $(r_t^k, r_t^k)$            | $(c_t, c_{t-1})$     |
| $(\pi_t, \pi_t)$            | $(h_t, h_{t-1})$     |
| $(i_t, i_t)$                | $(q_t^s, q_{t-1}^s)$ |

---



# Parámetros que varían durante la calibración

| Parámetro     | Nombre  | Valor | C.I.  | C.S.  |
|---------------|---|-------|-------|-------|
| $\eta$        | Inverso de la elasticidad de Frisch   | 0,8   | 0,1   | 2     |
| $\varepsilon$ | Probabilidad de no ajustar precios (Calvo)  | 0,75  | 0,0   | 0,99  |
| $\sigma$      | Coefficiente de aversión relativa al riesgo                                       | 1,5   | 1,01  | 5     |
| $\theta$      | Elasticidad entre sustitución de variedades diferenciadas                         | 5     | 1,1   | 20    |
| $\alpha_V$    | Coefficiente de participación del capital en la función de producción             | 0,4   | 0,1   | 0,9   |
| $\rho_V$      | Elasticidad de sustitución entre capital y trabajo                                | 0,9   | 0,1   | 10    |
| $\delta$      | Depreciación del capital  | 0,025 | 0,001 | 0,075 |
| $\rho_S$      | Coefficiente de suavización en la regla de política                               | 0,7   | 0,01  | 0,99  |
| $\varphi_\pi$ | Coefficiente de respuesta a la desviación de la inflación en la regla de política | 2,5   | 1,5   | 5     |
| $\Psi_X$      | Coefficiente de costo de ajuste de la inversión                                   | 100   | 10    | 250   |
| $\bar{z}^h$   | Media del estado exógeno $z_t^h$  | 250   | 10    | 350   |
| $\bar{z}^V$   | Media del estado exógeno $z_t^V$  | 1     | 1     | 20    |
| $\rho_{z_U}$  | Persistencia del estado exógeno $z_t^U$   | 0,8   | 0,1   | 0,95  |
| $\rho_{z_h}$  | Persistencia del estado exógeno $z_t^h$   | 0,8   | 0,1   | 0,95  |
| $\rho_{z_V}$  | Persistencia del estado exógeno $z_t^V$   | 0,8   | 0,1   | 0,95  |



# Desempeño del algoritmo híbrido

Se realizó una comparación entre el algoritmo híbrido y un algoritmo tradicional

- Algoritmo híbrido
  - ▶ Primera componente: SA
    - ★  $T_0 = 0,75, N = 250, T = 150$
    - ★  $T_t = \rho T_{t-1}$  con  $\rho = 0,985$
  - ▶ Segunda componente: Cuatro ejecuciones consecutivas del Nelder - Mead
    - ★ La primera usa como semilla el último vector de parámetros aceptado por el SA,  $\hat{\theta}^{SA}$
    - ★ Las tres siguientes utilizan como semilla el resultado obtenido por la ejecución inmediatamente anterior.
    - ★ Cada ejecución consiste en 10000 iteraciones
- Algoritmo tradicional: Cuatro ejecuciones consecutivas del Nelder - Mead (NM4)
- En este ejercicio se utilizó el algoritmo NM de la rutina *fminsearch.m* del programa *Matlab (2008a)*. Cabe anotar que no es equivalente realizar una ejecución de 40000 iteraciones a cuatro ejecuciones de 10000 cada una.



# Desempeño del algoritmo híbrido

- Se realizó una simulación siguiendo el método propuesto por Goffe, Ferrier y Rogers [2].
- Se ejecutó 100 veces el algoritmo híbrido, manteniendo constante su configuración y modificando el vector de parámetros iniciales y la semilla del generador de números aleatorios.
- Se ejecutó 1000 veces el algoritmo NM4 usando como semilla un vector de parámetros generado aleatoriamente dentro de los rangos permitidos. En cada ejecución se modificó la semilla del generador de números aleatorios.
- Cada ejecución del algoritmo híbrido tomo el doble de tiempo que una ejecución del NM4



# Solving the long-run F.O.C

| Función obj. | (a) % |      | (b) $\bar{x}$ |             | (c) $s_x$   |             | (d) max (x) |             |
|--------------|-------|------|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
|              | H     | NM4  | H             | NM4         | H           | NM4         | H           | NM4         |
| $< 10^{-3}$  | 95    | 25,4 | 0,2574        | 0,4448      | 0,3585      | 0,4237      | 1,2919      | 1,2972      |
| $< 10^{-4}$  | 67    | 10,9 | 0,0605        | 0,0874      | 0,0991      | 0,1110      | 0,3877      | 0,3900      |
| $< 10^{-5}$  | 46    | 6,3  | 0,0030        | 0,0113      | 0,0113      | 0,0179      | 0,0572      | 0,08501     |
| $< 10^{-7}$  | 42    | 3,3  | 0,0001        | 0,0004      | 0,0004      | 0,0008      | 0,0023      | 0,0039      |
| $< 10^{-9}$  | 37    | 2,2  | $1,97e - 5$   | $2,42e - 5$ | $4,56e - 5$ | $5,52e - 5$ | 0,0002      | 0,0002      |
| $< 10^{-11}$ | 27    | 1,7  | $2,16e - 6$   | $4,10e - 6$ | $4,72e - 6$ | $6,57e - 6$ | $1,72e - 5$ | $2,22e - 5$ |
| $< 10^{-13}$ | 21    | 0,9  | $2,84e - 7$   | $2,08e - 7$ | $4,45e - 7$ | $1,98e - 7$ | $1,57e - 6$ | $5,56e - 7$ |

(a) Porcentaje de vectores de parámetros para los cuales el valor de la función objetivo está en el intervalo

(b)  $x = \max_j \left| \frac{\hat{\theta}_j - \theta_j^*}{\theta_j^*} \right|$  y  $\bar{x}$  es el promedio de los x correspondientes a los vectores de parámetros que satisfacen el criterio en (a)

(c) Desviación estandar de x

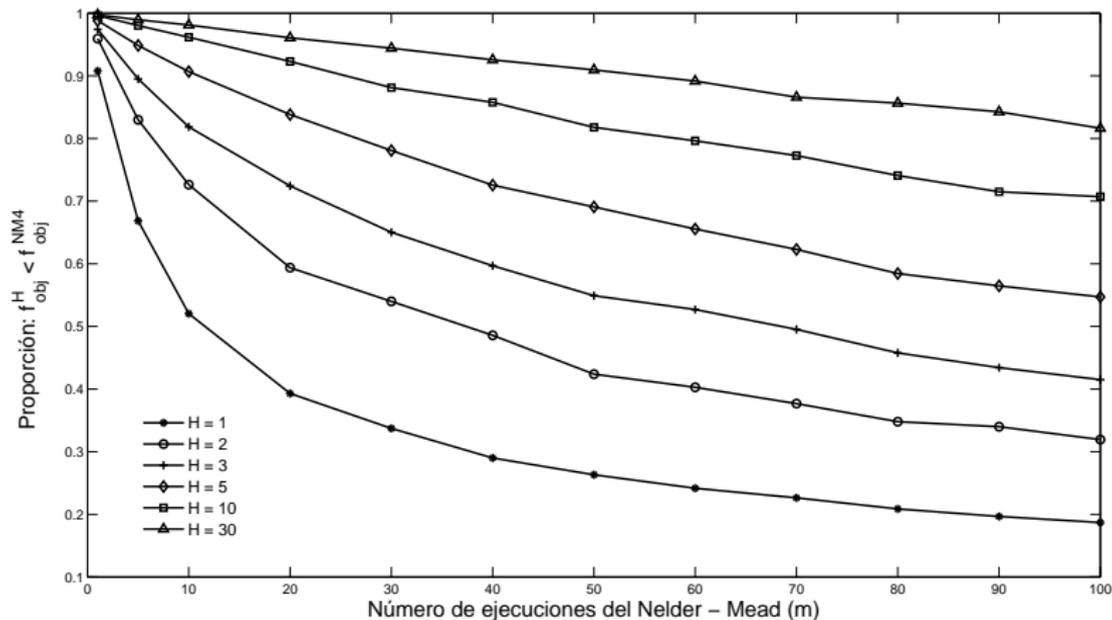


# Remuestreo

- Objetivo: aproximar la probabilidad de que el mínimo valor de la función objetivo obtenido en  $n$  ejecuciones del híbrido sea menor que el mínimo correspondiente a  $m$  ejecuciones del NM4.
- Remuestreo (*Bootstrapping*): se seleccionaron aleatoriamente  $n$  y  $m$  elementos de las 100 ejecuciones del algoritmo híbrido y las 1000 del NM4, respectivamente, para cada par  $(n, m)$  se tomaron 10000 muestras aleatorias con remplazamiento.



# Resultados del remuestreo



# Outline

- 1 Introducción
- 2 Algoritmo híbrido
- 3 Simulaciones de Monte Carlo
- 4 Calibración del largo plazo del PATACON**
- 5 Conclusiones



# Calibración del PATACON

- Objetivo: Calibrar el largo plazo del PATACON (Gonzalez, Mahadeva, Prada y Rodriguez [3]).
- Los hechos estilizados de la economía colombiana provienen de la base de datos construida por Mahadeva y Parra [5].
- El largo plazo se define como los promedios de los últimos tres años (**2004Q1 - 2007Q1**) de las razones y niveles de algunas series para la economía colombiana.
- Usando el algoritmo híbrido, se minimiza una función objetivo que incluye algunas razones y el nivel del PIB y los respectivos valores de estado estacionario de las variables del modelo.



# Resultados de la calibración

| Razones y precios relativos                       | Modelo | Datos Colombia | Desviación % |
|---|--------|----------------|--------------|
| Inversión / PIB                                   | 0.22   | 0.22           | -0.021       |
| Inversión importada / Inversión total             | 0.38   | 0.36           | 0.045        |
| Inv. doméstica sin distribución / Producto bruto  | 0.12   | 0.12           | -0.017       |
| Consumo / PIB                                     | 0.82   | 0.80           | 0.021        |
| Cons. dom. sin distribución / Producto bruto      | 0.62   | 0.60           | 0.041        |
| Consumo importado / Consumo total                 | 0.12   | 0.12           | 0.031        |
| PIB   | 1.24   | 1.23           | -0.004       |
| Salario Real                                      | 4.67   | 4.70           | -0.006       |
| Oferta de trabajo                                 | 0.30   | 0.30           | -0.007       |
| Materias primas / Producto bruto                  | 0.10   | 0.10           | 0.035        |
| Import. en puerto / Import. con distribución      | 0.74   | 0.73           | 0.010        |
| Importaciones en puerto más materias primas / PIB | 0.24   | 0.23           | 0.026        |
| Distribución / Producto bruto                     | 0.10   | 0.10           | -0.007       |
| Exportaciones sin dist. / Producto bruto          | 0.16   | 0.17           | -0.038       |
| Precio relativo: Exportaciones / Consumo mundial  | 0.99   | 0.98           | 0.005        |
| Tasa de cambio real                               | 1.20   | 1.19           | 0.007        |



# Resultados de la calibración

| Razones y precios relativos                              | Modelo | Datos Colombia | Desviación % |
|--|--------|----------------|--------------|
| Precio relativo: Consumo doméstico / Consumo total       | 1.00   | 0.99           | 0.006        |
| Precio relativo: Import. con dist. / Consumo total       | 1.03   | 1.03           | 0.002        |
| Precio relativo: Inversión / Consumo total               | 1.19   | 1.19           | -0.002       |
| Precio relativo: Exportaciones / Consumo total           | 1.18   | 1.19           | -0.008       |
| Precio relativo: Producto bruto / Consumo total          | 1.06   | 1.06           | 0.004        |
| Precio relativo: Import. en puerto / Consumo total       | 1.01   | 1.00           | 0.006        |
| Precio relativo: Materias primas en puerto / Cons. total | 0.90   | 0.90           | -0.000       |
| Precio relativo: inversión doméstica / Consumo total     | 1.26   | 1.26           | -0.002       |
| Precio relativo: Inv. doméstica / Inversión total        | 1.06   | 1.05           | 0.008        |
| Precio relativo: Importaciones / Inversión total         | 0.87   | 0.87           | 0.002        |
| Precio relativo: Distribución / Importaciones            | 0.91   | 0.91           | -0.000       |
| Precio relativo: Import. en puerto / Importaciones       | 0.97   | 0.97           | 0.005        |
| Precio relativo: Materias primas en puerto / Import.     | 0.87   | 0.87           | 0.002        |
| Precio relativo: Consumo doméstico / Prod. bruto         | 0.94   | 0.93           | 0.006        |
| Precio relativo: Inversión doméstica / Prod. bruto       | 1.18   | 1.18           | 0.001        |
| Precio relativo: Distribución / Producto bruto           | 0.88   | 0.88           | 0.002        |
| Precio relativo: Exportaciones / Producto bruto          | 1.11   | 1.12           | -0.010       |



# Resultados de la calibración

| Razones y precios relativos                            | Modelo | Datos Colombia | Desviación % |
|--|--------|----------------|--------------|
| Transferencias / PIB                                   | 0.04   | 0.04           | -0.020       |
| Capital / PIB  | 6.80   | 6.82           | -0.003       |
| Precio rel.: Consumo dom. sin dist. / Consumo dom.     | 1.11   | 1.10           | 0.009        |
| Precio rel.: Inversión dom. sin dist. / Inversión dom. | 1.08   | 1.08           | 0.000        |
| Precio rel.: Exportaciones sin dist. / Exportaciones   | 1.18   | 1.18           | 0.002        |
| Distribución del consumo dom. / Consumo dom.           | 0.06   | 0.06           | 0.012        |
| Distribución de la inversión dom. / Inversión dom.     | 0.04   | 0.04           | -0.009       |
| Distribución de las exportaciones / Exportaciones      | 0.12   | 0.12           | -0.012       |
| Consumo doméstico sin dist. / Consumo doméstico        | 0.90   | 0.94           | -0.038       |
| Inversión doméstica sin dist. / Inversión doméstica    | 0.91   | 0.95           | -0.041       |
| Exportaciones sin distribución / Exportaciones         | 0.83   | 0.88           | -0.055       |
| Consumo doméstico / Producto bruto                     | 0.69   | 0.64           | 0.079        |
| Inversión doméstica / Producto bruto                   | 0.13   | 0.12           | 0.077        |
| Exportaciones / Producto bruto                         | 0.20   | 0.20           | -0.018       |



# Parámetros correspondientes a la calibración

| Símbolo       | Parámetro  | Valor   |
|---------------|--|---------|
| $\alpha$      | Coefficiente de participación valor agregado en la función de producción                               | 0.9257  |
| $\alpha_V$    | Coefficiente de participación del capital en la producción del valor agregado                          | 0.5247  |
| $\bar{c}^*$   | Participación de las exportaciones en el consumo mundial   | 0.2048  |
| $\delta$      | Tasa de depreciación del capital   | 0.0287  |
| $\eta_m$      | Inverso de la elasticidad de Frisch  | 1.1205  |
| $\gamma^{cd}$ | Coefficiente de participación del consumo doméstico sin comercialización en el consumo doméstico       | 0.9289  |
| $\gamma^e$    | Coefficiente de participación de las exportaciones sin comercialización en las exportaciones           | 0.8767  |
| $\gamma^m$    | Coefficiente de participación de las importaciones en puerto en las importaciones                      | 0.8104  |
| $\gamma^x$    | Coefficiente de participación de la inversión doméstica en la inversión                                | 0.5915  |
| $\gamma^{xd}$ | Coefficiente de participación de la inversión doméstica sin comercialización en la inversión doméstica | 0.9545  |
| $\gamma$      | Coefficiente de participación del consumo doméstico en el consumo                                      | 0.8765  |
| $\bar{g}$     | Tasa de crecimiento de la productividad*   | -0.0010 |
| $hab$         | Hábito en el consumo*  | 0.5000  |
| $i^*$         | Tasa de interés bruta externa*   | 1.0088  |
| $\mu$         | Elasticidad de la demanda por exportaciones  | 2.2652  |
| $\bar{n}$     | Tasa de crecimiento de la población*   | 0.0040  |
| $\omega^{cd}$ | Elasticidad de sustitución entre consumo doméstico y comercialización                                  | 0.2619  |
| $\omega^e$    | Elasticidad de sustitución entre exportaciones y comercialización                                      | 1.0360  |
| $\omega^m$    | Elasticidad de sustitución entre importaciones y comercialización                                      | 0.1082  |
| $\omega^x$    | Elasticidad de sustitución entre inversión doméstica e importada                                       | 0.3508  |
| $\omega^{xd}$ | Elasticidad de sustitución entre inversión doméstica y comercialización                                | 0.9545  |
| $\omega$      | Elasticidad de sustitución entre consumo doméstico e importado   | 1.0124  |

\* Parámetros no incluidos en el proceso de calibración.

\*\* Parámetros que se definen en función de otros incluidos en la calibración.

Nota: todas las tasas reportadas son trimestrales



# Parámetros correspondientes a la calibración

| Símbolo        | Parámetro  | Valor   |
|----------------|--|---------|
| $\bar{\pi}^*$  | Inflación externa (tasa bruta)*  | 1.0000  |
| $\bar{\pi}$    | Objetivo de inflación (tasa bruta)*  | 1.0074  |
| $\bar{p}^m$    | Precio externo de las importaciones (consumo e inversión)*                     | 0.8398  |
| $\bar{p}^{mr}$ | Precio externo de las materias primas  | 0.7511  |
| $\rho q$       | Elasticidad de sustitución entre el valor agregado y las materias primas       | 0.8278  |
| $\rho qv$      | Elasticidad de sustitución entre el capital y el trabajo                       | 0.8384  |
| $\sigma m$     | Coefficiente de aversión relativa al riesgo*                                   | 5.0000  |
| $TBP$          | Tasa bruta de participación*   | 0.5008  |
| $TD$           | Tasa de desempleo*   | 0.1344  |
| $\theta^{cd}$  | Elasticidad de la demanda por variedades diferenciadas de consumo doméstico    | 28.2362 |
| $\theta^e$     | Elasticidad de la demanda por variedades diferenciadas de bienes para exportar | 19.9991 |
| $\theta^m$     | Elasticidad de la demanda por variedades diferenciadas de bienes importados    | 9.9410  |
| $\theta^{rm}$  | Elasticidad de la demanda por variedades diferenciadas de materias primas      | 19.5443 |
| $\theta^{dis}$ | Elasticidad de la demanda por variedades diferenciadas de comercialización     | 18.9341 |
| $\theta^w$     | Elasticidad de la demanda por variedades diferenciadas de trabajo              | 2.3663  |
| $\theta^{xd}$  | Elasticidad de la demanda por variedades diferenciadas de inversión doméstica  | 19.9876 |
| $\theta$       | Elasticidad de la demanda por variedades diferenciadas del producto            | 5.5727  |
| $\bar{r}$      | Media del proceso de las transferencias externas (en moneda extranjera)        | 0.0404  |
| $v_C$          | Inverso del grado de sustitución entre los usos domésticos del producto        | 1.2922  |
| $v_E$          | Inverso del grado de sustitución entre usos domésticos y las exportaciones     | 3.3477  |

\* Parámetros no incluidos en el proceso de calibración.

\*\* Parámetros que se definen en función de otros incluidos en la calibración.

Nota: todas las tasas reportadas son trimestrales



# Parámetros correspondientes a la calibración

| Símbolo      | Parámetro  | Valor   |
|--------------|--|---------|
| $\nu_c$      | Coefficiente de participación del consumo sin comercialización en los usos domésticos del producto | 2.6579  |
| $\nu_e$      | Coefficiente de participación de las exportaciones sin comercialización en el producto             | 4.2336  |
| $\nu_{NT}$   | Coefficiente de participación de los usos domésticos en el producto                                | 0.5138  |
| $\nu_{dis}$  | Coefficiente de participación de la comercialización en los usos domésticos del producto           | 6.8390  |
| $\nu_x$      | Coefficiente de participación de la inversión en los usos domésticos del producto                  | 35.0242 |
| $\bar{i}$    | Nivel de endeudamiento de largo plazo*   | 1.2355  |
| $\beta^*$    | Factor subjetivo de descuento del habitante efectivo**   | 0.9913  |
| $\beta$      | Factor subjetivo de descuento**  | 0.9864  |
| $z^{demand}$ | Media del proceso exógeno asociado con la producción del capital                                   | 1.0000  |
| $z^{cd}$     | Media del proceso exógeno asociado con la producción de consumo doméstico                          | 1.1351  |
| $z^{trans}$  | Media del proceso exógeno asociado con los costos de uso del producto                              | 1.6761  |
| $z^e$        | Media del proceso exógeno asociado con la producción de bienes para exportar                       | 1.1721  |
| $z^h$        | Media del proceso exógeno asociado con la utilidad marginal del ocio                               | 198.05  |
| $z^m$        | Media del proceso exógeno asociado con la producción de bienes importados                          | 1.0700  |
| $z^{NT}$     | Media del proceso asociado con el costo de producción de usos domésticos del producto              | 0.9562  |
| $z^q$        | Media del proceso exógeno asociado con la productividad  | 1.1835  |
| $z^{rm}$     | Media del proceso asociado con las materias primas en la función de producción                     | 1.9308  |
| $z^u$        | Media del proceso exógeno asociado con la utilidad marginal del consumo                            | 0.2428  |
| $z^v$        | Media del proceso exógeno asociado con la producción del valor agregado                            | 0.8456  |
| $z^x$        | Media del proceso exógeno asociado con la producción de bienes para la inversión                   | 0.9790  |
| $z^{xd}$     | Media del proceso asociado con la producción de bienes domésticos para inversión                   | 1.1158  |

\* Parámetros no incluidos en el proceso de calibración.

\*\* Parámetros que se definen en función de otros incluidos en la calibración.

Nota: todas las tasas reportadas son trimestrales



# Outline

- 1 Introducción
- 2 Algoritmo híbrido
- 3 Simulaciones de Monte Carlo
- 4 Calibración del largo plazo del PATACON
- 5 Conclusiones**



# Conclusiones y resultados

- La utilización de un algoritmo híbrido resulta de gran utilidad en la calibración de un modelo DSGE:
  - ▶ Facilita la resolución del sistema de ecuaciones que define el estado estacionario del modelo porque no depende del valor inicial.
  - ▶ Permite obtener resultados más precisos y en un menor tiempo, en comparación con los métodos tradicionales.
- En la calibración del largo plazo del PATACON, que consta de 179 ecuaciones:
  - ▶ Se ajustan 49 razones y el nivel del PIB permitiendo que varíen 50 parámetros.
  - ▶ La máxima desviación porcentual entre las razones del modelo y los valores correspondientes de la economía colombiana es de 7.9 % y en 29 de los 50 casos, esta desviación es menor o igual al 1 %.
- El método propuesto permite hallar parámetros que minimicen alguna función objetivo, por ejemplo, las correspondientes a los métodos de máxima verosimilitud y al método generalizado de momentos, o que puedan ser utilizados en la generación de *priors* para una estimación bayesiana.



# Referencias



S. P. Brooks and B. J. T. Morgan.  
Optimization using simulated annealing.  
*The Statistician*, 44(2):241–257, 1995.



William L. Goffe, Gary D. Ferrier, and John Rogers.  
Global optimization of statistical functions with simulated annealing.  
*Journal of Econometrics*, 60(1-2):65–99, 1994.



Andrés González, Lavan Mahadeva, Juan David Prada, and Diego A. Rodríguez.  
Policy analysis tool applied to colombian needs: Patacon.  
Banco de la República de Colombia, *Forthcoming*, 2009.



S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi.  
Optimization by simulated annealing.  
*Science*, Number 4598, 13 May 1983, 220, 4598:671–680, 1983.



Lavan Mahadeva and Juan Carlos Parra.  
Testing a dsge model and its partner database.  
Borradores de economía, Banco de la República de Colombia, 2008.



Nicholas Metropolis, Arianna W. Rosenbluth, Marshall N. Rosenbluth, Augusta H. Teller, and Edward Teller.  
Equation of state calculations by fast computing machines.  
*The Journal of Chemical Physics*, (6):1087–1092, 1953.

