

La Demanda de Dinero en Colombia

Javier Gómez*

Agosto de 1998

Abstract

En este artículo estimamos la demanda de dinero en Colombia introduciendo una variable para la innovación financiera. Al introducir la innovación financiera obtenemos un vector cointegrante que puede interpretarse como una demanda de dinero pues los coeficientes son teóricamente plausibles. Mostramos que si no se incluye la innovación financiera hay error de especificación en el modelo. Probamos que la demanda de dinero es homogénea y por lo tanto puede interpretarse en una variedad de formas, una de ellas, como la teoría cuantitativa del dinero. Las pruebas de exogenidad débil indican que la variable endógena es el dinero, por lo tanto en Colombia la ecuación cuantitativa puede interpretarse en el sentido de Friedman (1956), es decir, como una teoría de la demanda de dinero. Finalmente, estimamos la velocidad circulación del dinero M1 y M0 como función de la tasa de interés y la innovación financiera. A lo largo del artículo utilizamos una técnica de enorme utilidad en la práctica de la econometría, los promedios geométricos.

1. Introducción

Desde los años setentas la velocidad de circulación del dinero ha presentado una tendencia creciente que no puede ser explicada por el comportamiento de las tasas de interés. Las tasas de interés deberían mostrar una tendencia creciente para explicar este comportamiento de la velocidad del dinero, sin embargo, al menos desde los años ochentas su tendencia ha sido levemente decreciente. La

*Banco de la República. jgomezpi@banrep.gov.co. Agradezco los comentarios y discusiones de Juan Manuel Julio y Luis Fernando Melo.

relación entre velocidad y tasas de interés es entonces negativa en el largo plazo, un signo contraintuitivo pues indica que a mayor costo de oportunidad de mantener dinero menor el esfuerzo de la gente de economizar en el uso de saldos reales costosos. La literatura internacional ya ha explicado que la innovación financiera es una respuesta a estos problemas de especificación de la demanda de dinero, problemas conocidos también como "missing money" o "inestabilidad" de la demanda de dinero (Ver por ejemplo Goldfeld y Sichel 1990). Nosotros aplicamos esta respuesta de la literatura internacional al caso caso de Colombia y encontramos una demanda de dinero bien comportada, con signos teóricamente plausibles, homogénea y con unas propiedades de exogenidad que permiten interpretarla estadísticamente como una demanda de dinero.

Según Filosa (1995) y Goldfeld y Shichel (1990), en la estimación de la demanda de dinero una tendencia temporal es la manera más sencilla de tener en cuenta la innovación financiera. Así introducen esta variable, por ejemplo, Arrau et. al. (1995). Para estos autores la tendencia temporal explica el proceso continuo de innumerables pequeñas innovaciones en la tecnología de transacciones.

En la literatura, la innovación financiera no ha sido aproximada con una tendencia temporal solamente. Otras variables que han sido utilizadas incluyen la tasa de interés pico (Goldfeld y Sichel, 1995 p. 324), un camino aleatorio (Arrau y De Gregorio, 1991), la relación efectivo a depósitos y la razón de activos financieros del sector no bancario a activos financieros del sector bancario (Bordo, 1997). La aproximación de la innovación financiera por medio de estas variables es tema para otras investigaciones, en este artículo la aproximamos por medio de una tendencia temporal.

La omisión de la variable de innovación financiera puede no ser la única fuente de error de especificación en la estimación de la demanda de dinero. Goldfeld (1987 p. 138-140) cita otras fuentes de error de especificación. Un desarrollo con potencial en el caso colombiano es introducir una variable para la sustitución de monedas (Marquez 1987) posiblemente con un indicador de devaluación esperada como el de Bertola y Svenson (1993). Esto también es tema para otras investigaciones, aquí simplemente introducimos la innovación financiera como una tendencia temporal.

El artículo tiene diez partes la primera de las cuales es esta introducción. En la segunda parte hacemos una introducción al modelo teórico. En la tercera parte explicamos el modelo. Además de proveer funciones de demanda de dinero y del costo en bienestar de la inflación en base a fundamentales, el modelo permite una tendencia en la relación entre la velocidad y la tasa de interés. Esta tendencia es

nuestra aproximación a la innovación financiera. En la cuarta parte presentamos varias pruebas de homogeneidad y su significado. En la quinta parte describimos los datos. En la sexta parte explicamos la metodología de estimación. En la séptima demostramos que si no se introduce la variable de innovación financiera las estimaciones de las elasticidades de demanda no son razonables pues tienen signos y magnitudes contraintuitivos. En la parte ocho presentamos las estimaciones de la demanda de dinero incluyendo la innovación financiera para los agregados monetarios M1 y base monetaria. Aquí probamos entre otras hipótesis, las de homogeneidad cuyo significado explicamos en la sección cuatro. En la sección nueve presentamos las estimaciones de las funciones de velocidad de M1 y base monetaria. En la parte décima presentamos algunas conclusiones.

2. De la Teoría Cuantitativa a la Tecnología de Transacciones

En esta sección estudiamos la relación entre las variables cantidad de dinero M , nivel de precios P , y producto interno bruto y . La pregunta de cuál es la teoría que explica la relación entre estas variables puede tener varias respuestas. Podría ser una teoría de la demanda agregada, $M/P = \gamma Y$ (Blanchard, 1997 p. 364) ó podría ser la teoría cuantitativa del dinero $MV = Py$. Si la relación entre estas variables es la teoría cuantitativa de dinero la respuesta a la pregunta de cuál es la variable endógena tampoco tiene una sola respuesta. La teoría cuantitativa puede ser entendida como una teoría de la demanda de dinero $M = Py(1/V)$ (Friedman, 1956), como una teoría de la determinación del nivel de precios, $P = MV/Y$, (Barro 1987), como una teoría para la determinación del ingreso nominal $M = X/V$, (McCallum, 1986), o como una teoría de la determinación del valor del dinero $1/P = k/M$, en donde $1/P$ es el valor del dinero, $k = 1/V$ es la demanda de dinero y M la oferta de dinero (Currie, 1987).

Aquí estudiamos la teoría cuantitativa como una teoría de la demanda de dinero:

$$\frac{M}{P} = ky, \quad k = 1/V \quad (2.1)$$

En 2.1 los saldos reales son una proporción k de producto. La proporción k es el inverso de la velocidad de circulación del dinero V .

Podemos tomar como variable de escala o medida de transacciones el consumo y hacer la velocidad de circulación del dinero constante y normalizada a uno. En este caso la ecuación 2.1 puede escribirse como:

$$c = \frac{M}{P} \tag{2.2}$$

El supuesto de una velocidad del dinero constante puede modificarse cambiando la restricción de efectivo por anticipado 2.2 por una tecnología de transacciones que podría tomar la siguiente forma funcional:

$$c_t \leq m_t \lambda_t s_t^\theta \tag{2.3}$$

en donde $m = M/P$ son los saldos reales, s es el tiempo empleado en hacer transacciones, por ejemplo, el costo de ir al banco a retirar efectivo, θ es un parámetro de la tecnología de transacciones relacionado con la elasticidad interés de la demanda de dinero, y λ es un parámetro de la tecnología de transacciones que puede ser determinístico o estocástico y/o puede presentar una tendencia en el tiempo. Si λ es creciente hay progreso en la tecnología de transacciones y será necesario emplear cada vez menores saldos reales para hacer las transacciones correspondientes a un determinado flujo de consumo.

3. El Modelo de Tecnología de Transacciones

El modelo de tecnología de transacciones de Lucas (1994) es una variación del modelo de efectivo por anticipado de Lucas y Stockey (1987) en el que la restricción de efectivo por anticipado es remplazada por una tecnología de transacciones¹.

El hogar gasta un tiempo s para hacer transacciones. Con mayor tiempo de transacciones el hogar economiza saldos reales y baja el costo de oportunidad de mantener dinero. Esta disminución del costo de oportunidad de mantener dinero se logra al costo de disminuir el tiempo empleado en la tecnología de producción, n .

Mediante el modelo de tecnología de transacciones, Lucas deriva formas funcionales para la demanda de dinero y el costo en bienestar de la inflación.

El problema del agente representativo es maximizar el valor descontado de la utilidad,

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

¹Otras versiones del modelo de transacciones se encuentran en en survey de McCallum y Goodfriend (1987), en Arrau et. al. (1995) y en Arrau y De Gregorio (1991).

sujeto a una tecnología de transacciones,

$$c_t \leq F(m_t, s_t) \quad (3.1)$$

y a una restricción de tiempo:

$$n_t + s_t \leq 1. \quad (3.2)$$

La restricción de flujo es

$$c_t = B_t n_t + \frac{M_t}{P_t} - \frac{M_{t+1}}{P_t} + \frac{H_t}{P_t}$$

en donde la tecnología de producción es lineal en el trabajo: $c_t \leq B_t n_t$.

Hallamos la solución por medio de la ecuación de Bellman:

$$v(m) = \max_{c,s} \{u(c) + \beta v(m')\}$$

sujeto a:

$$c \leq F(m_t, s_t)$$

en donde

$$m' = \frac{B(1-s) + m + h - c}{1 + \pi}$$

para π la tasa de inflación.

A continuación derivamos dos ecuaciones para la demanda de dinero, m , y el tiempo de transacciones, s . Definiendo la tasa de interés nominal como $1 + R \equiv (1 + \pi)/\beta$ y combinando esta definición con la envolvente y la condición de primer orden con respecto a s podemos escribir:

$$R = \frac{BF_m}{F_s} \quad (3.3)$$

combinando la función de producción y la restricción de tiempo 3.2 obtenemos:

$$B(1-s) = F(m, s) \quad (3.4)$$

Ahora podemos especializar la tecnología de transacciones a la forma funcional $F(m_t, s_t) = m_t \lambda_t s_t^\theta$. En este caso las ecuaciones 3.3 y 3.4 son:

$$m = \frac{Bs}{R\theta} \quad (3.5)$$

$$B(1 - s) = m\lambda s^\theta \quad (3.6)$$

De 3.5 y 3.6, para s pequeño, encontramos soluciones aproximadas para la demanda de saldos reales como porcentaje del producto, m/B , y para el costo en bienestar de la inflación, s .

$$\frac{m}{B} \simeq \lambda^{-\frac{1}{1+\theta}} (\theta R)^{-\frac{\theta}{1+\theta}} \quad (3.7)$$

$$s \simeq \left(\frac{R\theta}{\lambda} \right)^{\frac{1}{1+\theta}} \quad (3.8)$$

Estas soluciones son independientes de la función de utilidad.

Si $\theta = 1$, (el negativo de la) la elasticidad interés de la demanda de dinero es $\eta = 1/2$. Si $\theta = 1/2$ la elasticidad interés de la demanda de dinero es $\eta = 1/3$. Lucas identifica estos casos como los de Baumol (1952) y Miller y Orr (1966)².

Alternativamente, el costo de la inflación puede obtenerse derivando 3.6 con respecto a la tasa de interés:

$$s'(R) = \frac{Rm'(R)(1 - s(R))}{1 - s(R) + Rm(R)} \quad (3.9)$$

Como mencionamos anteriormente, el parámetro λ puede evolucionar de acuerdo a una tendencia determinística. Si hay tendencia en λ habrá tendencia en la relación entre m/y y R , en donde $y = Bn$, es decir, habrá una tendencia en la relación entre la velocidad del dinero y la tasa de interés. Esta es la relación que probamos más adelante para el caso de Colombia, pero ante, es necesario demostrar que la demand de dinero tiene ciertas propiedades de homogeneidad.

4. Las Pruebas de Homogeneidad

Más adelante mostramos que con una tendencia temporal como aproximación a la innovación financiera todas las pruebas de homogeneidad son aceptados en la estimación de la demanda de dinero para Colombia. En esta sección explicamos el significado de esas pruebas.

²El intervalo $(0, 1)$ incluye los casos en que hay rendimientos decrecientes en la tecnología de transacciones. El límite del intervalo por la izquierda es 1, es el caso de rendimientos constantes.

4.1. Homogeneidad de la demanda de dinero en los precios

Si la demanda de dinero nominal es homogénea de grado uno en los precios, y los precios aumentan determinado porcentaje, por ejemplo, se multiplican por un factor λ , la demanda de dinero aumenta en el mismo porcentaje. La elasticidad de la demanda de dinero en los precios es uno.

La demanda nominal de dinero es:

$$M = M(P, y, R) \quad (4.1)$$

en donde M denota los saldos nominales de dinero, P el nivel de precios, y el producto real, y R la tasa de interés nominal.

Formalmente, homogeneidad de grado uno en los precios implica $M(\lambda P, y, R) = \lambda^1 M(P, y, R)$. Económicamente, homogeneidad de grado uno es un test de coeficientes iguales y de signo contrario en M y P . La prueba estadística se hace en el vector de cointegración que contiene la relación de largo plazo entre las variables; es un test de elasticidad unitaria de M en P en el largo plazo.

Esta propiedad de homogeneidad nos permite escribir la demanda nominal de dinero 4.1 como $M = Pm(y, R)$, además, podemos pasar P a dividir al lado izquierdo de la ecuación y escribir la demanda de saldos reales 4.2:

$$m = m(y, R) \quad (4.2)$$

en donde m denota los saldos reales.

4.2. Homogeneidad de la demanda de saldos reales en el ingreso

En teoría no se puede afirmar cuál debe ser el grado de homogeneidad de la demanda real de dinero 4.2 en el ingreso. Es de grado uno en los casos de Friedman (1956) y en el modelo de la sección tres de este artículo, el de Lucas (1994). Es de grado $1/2$ en el modelo de Baumol (1952).

Si la elasticidad ingreso de la demanda de saldos reales es $1/2$, un aumento porcentual en el ingreso implica un aumento porcentual de la mitad en la demanda de saldos reales. En este caso $m(\lambda y, R) = \lambda^{1/2} m(y, R)$ y la demanda real de dinero se puede escribir como $m = y^{1/2} k(R)$.

Si la elasticidad de la demanda de saldos reales con respecto al ingreso es uno, un aumento del ingreso implica un aumento porcentual igual en la demanda real de dinero. Esta es la elasticidad implícita en el modelo de Lucas que explicamos

arriba. En este caso la demanda real de dinero puede escribirse como $m = yk(R)$ y podemos pasar y a dividir al lado izquierdo de la ecuación:

$$k = k(R) \tag{4.3}$$

4.3. La relación entre la demanda de dinero y la teoría cuantitativa del dinero

Otra prueba que realizamos más adelante es la de homogeneidad de M en P y y . Esta se puede interpretar de dos maneras. Elasticidad unitaria de la demanda de saldos reales en el ingreso real, o elasticidad unitaria de la demanda de saldos nominales en el ingreso nominal. Si se cumple esta condición de homogeneidad, podemos escribir la demanda de dinero como:

$$M = Pyk(R) \tag{4.4}$$

Pasando P y y a dividir al lado izquierdo de la ecuación, expresamos la demanda de dinero como porcentaje del ingreso en función de la tasa de interés, ó alternativamente la velocidad de circulación del dinero en función de la tasa de interés.

Como $V = 1/k$ y $k = AR^{-\eta}$, si M es homogénea de grado uno en P y y , podemos interpretar la relación entre las variables M , P , y , y R de la ecuación 4.4 como $MV = PY$, es decir, como la teoría cuantitativa del dinero.

5. Los Datos

La muestra comprende, para el período 1981:1-1997:4, datos trimestrales de M1, base monetaria ajustada, dinero ampliado M3B, tasas de interés promedio de certificados de depósito a término a tres meses, índice de precios al consumidor y producto interno bruto real. Con cuatro rezagos la muestra efectiva para nuestro análisis comprende los datos entre 1982:1 y 1997:4.

Los datos correspondientes a los agregados monetarios son promedios geométricos en base a series semanales. Como explica Julio (1998), el promedio geométrico es el más apropiado para una serie que presenta crecimiento exponencial. Además los promedios geométricos tienen la utilidad práctica de poder ser utilizados para, por ejemplo, semanalizar proyecciones trimestrales.

Los datos para las tasas de interés son promedios aritméticos y los datos de inflación son a fin de trimestre. Los precios también crecen exponencialmente

y por lo tanto los promedios geométricos serían los más apropiados en la estimación. Nosotros utilizamos para los precios los datos a fin de trimestre porque son más convenientes para hacer proyecciones condicionadas a metas de inflación y porque con datos a fin de trimestre para los precios los residuos fueron mejores. Sin embargo, los resultados acerca de cointegración, homogeneidad, exogeneidad y exclusión son robustos al uso de series promedio o a fin de trimestre.

La fuente de los datos de M1, base monetaria ajustada, M3B y tasas de interés es Banco de la República. La fuente de los datos de inflación es DANE, y de producto trimestral es Banco de la República.

6. La Estimación

El método utilizado para la estimación fué el de cointegración. Este método ha sido ampliamente utilizado para la estimación de la demanda de dinero³. De especial relevancia es el artículo de Johansen y Juselius (1990) que hace tests sobre la especificación de la demanda de dinero por medio de tests a restricciones lineales en los vectores de cointegración. Las restricciones a la especificación del modelo tienen fundamento en la teoría económica. Este es el método que seguiremos aquí.

Realizamos la estimación sobre cuatro ecuaciones. La primera la ecuación 4.1, expresa la demanda de saldos nominales de dinero como función de los precios, el ingreso real y la tasa de interés nominal. Con un vector cointegrante el modelo de corrección de errores para el crecimiento del dinero es:

$$\begin{aligned} \Delta \log M_t = & \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_j^M \Delta \log M_{t-j} + \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_j^P \Delta \log P_{t-j} + \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_j^y \Delta \log y_{t-j} + \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_j^R \Delta \log R_{t-j} \\ & + \alpha^M \left(\beta^M \log M_{t-1} + \beta^P \log P_{t-1} + \beta^y \log y_{t-1} + \beta^R \log R_{t-1} + \delta t \right) \\ & + c + \beta_1 d_1 + \beta_2 d_2 + \beta_3 d_3 \end{aligned} \quad (6.1)$$

En donde c es la constante, t es la tendencia temporal y d_1 , d_2 y d_3 son dummies estacionales centradas y n es el número de rezagos. Los Gráficos 6.1 y 6.2 presentan las variables $\log M$ y $\log P$ de la ecuación 6.1. Se observa crecimiento exponencial prácticamente uniforme en el dinero y los precios, es decir, tanto el logaritmo del dinero como el de los precios mantienen prácticamente la misma pendiente a lo

³Ver por ejemplo Johansen y Juselius (1990), Hendry (1995), y para Colombia Misas y Oliveros (1997). Arrau et. al. (1995) contiene un vistazo a la literatura de la aplicación de la cointegración a la estimación de la demanda de dinero.

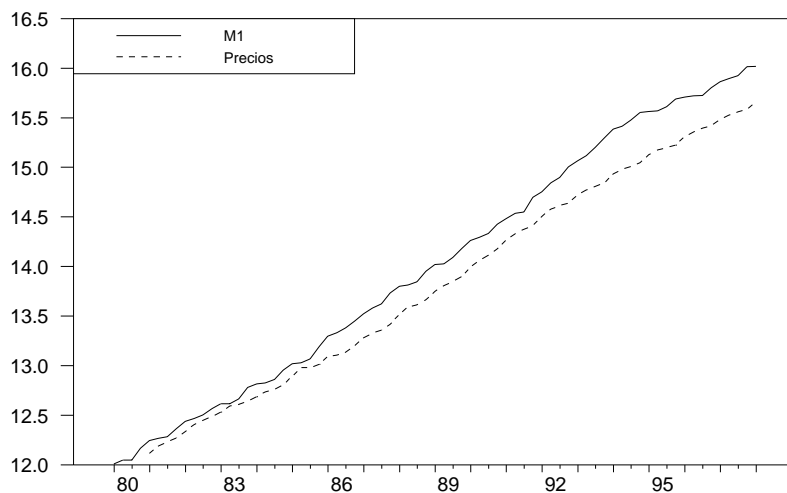


Figure 6.1: La oferta de M1 y el nivel de precios.

largo del tiempo. La diferencia en la pendiente del logaritmo del dinero y los precios está explicada por el crecimiento del producto por encima del crecimiento de la velocidad.

La segunda, ecuación 4.2, es una función de la demanda de saldos reales en las variables ingreso real y tasa de interés nominal. Su forma econométrica es:

$$\begin{aligned} \Delta \log m_t = & \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_j^m \Delta \log m_{t-j} + \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_j^y \Delta \log y_{t-j} + \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_j^R \Delta \log R_{t-j} \\ & + \alpha^m \left(\beta^m \log m_{t-1} + \beta^y \log y_{t-1} + \beta^R \log R_{t-1} + \delta t \right) \\ & + c + \beta_1 d_1 + \beta_2 d_2 + \beta_3 d_3 \end{aligned} \quad (6.2)$$

las series de balances reales $\log m$ e ingreso $\log y$ de la ecuación 6.2 para el caso de M1 y la base monetaria aparecen en los Gráficos 6.3 y 6.4. El producto se ha dividido por doce para presentar las dos variables del gráfico en la misma escala. Con esta normalización los datos del producto equivalen al producto promedio mensual. El Gráfico revela la relación positiva en el largo plazo entre la demanda real de dinero y el ingreso real.

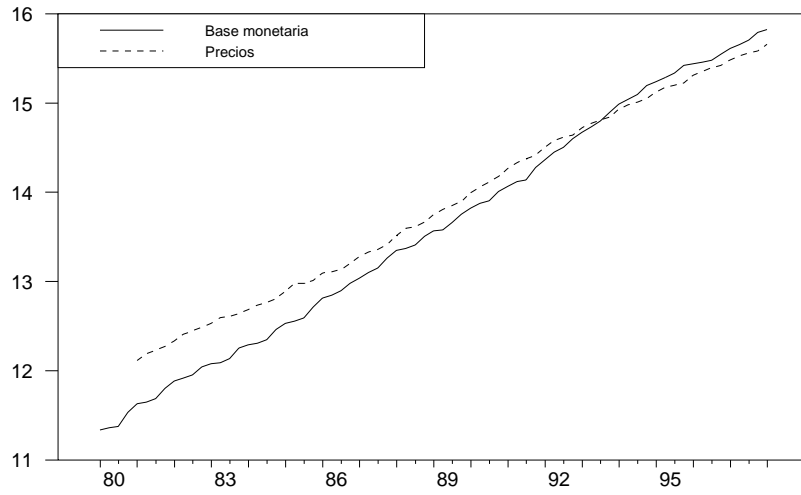


Figure 6.2: La oferta de base monetaria y el nivel de precios.

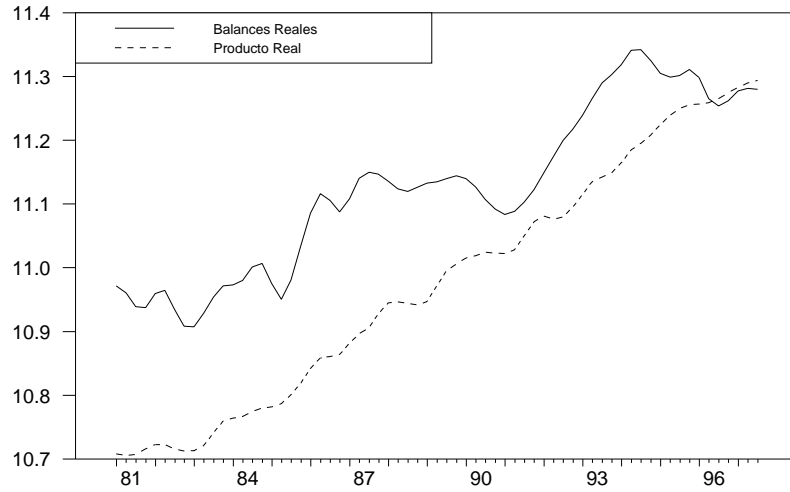


Figure 6.3: La demanda de balances reales de M1 y producto real.

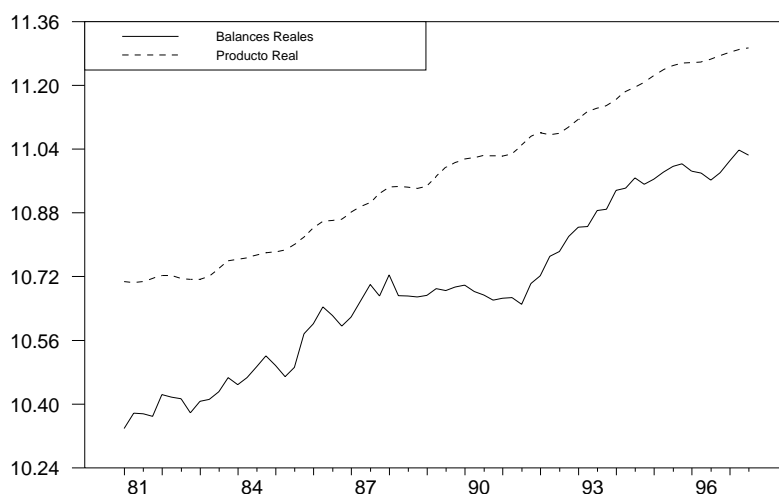


Figure 6.4: Balances reales de base monetaria y producto real, pesos constantes.

La tercera, la ecuación

$$M = M(X, R) \quad (6.3)$$

expresa la demanda de dinero nominal como función del ingreso nominal, X , y la tasa de interés nominal, que para su estimación econométrica toma la forma:

$$\begin{aligned} \Delta \log M_t = & \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_j^M \Delta \log M_{t-j} + \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_j^X \Delta \log X_{t-j} + \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_j^R \Delta \log R_{t-j} \\ & + \alpha^M \left(\beta^M \log M_{t-1} + \beta^X \log X_{t-1} + \beta^R \log R_{t-1} + \delta t \right) \\ & + c + \beta_1 d_1 + \beta_2 d_2 + \beta_3 d_3 \end{aligned} \quad (6.4)$$

Los Gráficos 6.5 y 6.6 presentan dos variables de la ecuación 6.4, los saldos nominales de dinero $\log M$ y el ingreso nominal $\log X$ para los agregados monetarios M1 y base monetaria. Aquí también el ingreso nominal se ha dividido por doce para hacer los datos comparables; el ingreso nominal corresponde al promedio mensual. Se aprecia la relación positiva entre la demanda nominal de dinero y el ingreso nominal en el largo plazo.

Finalmente, la ecuación 4.3 expresa la demanda de dinero como porcentaje del producto, k , en función de la tasa de interés. La demanda de dinero k es una

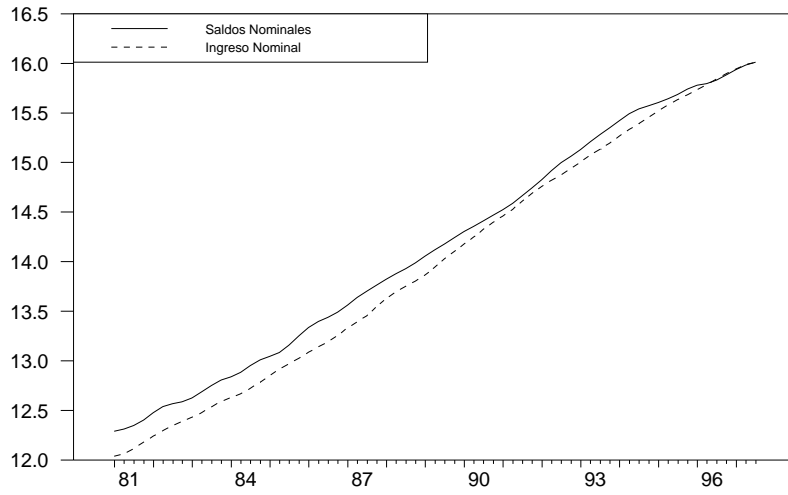


Figure 6.5: M1 e ingreso nominal, pesos corrientes.

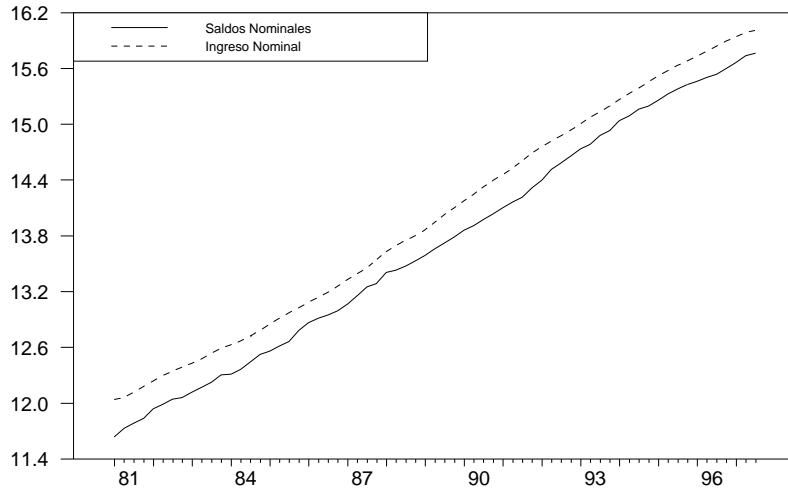


Figure 6.6: Base monetaria e ingreso nominal.

función de la tasa de interés $k = AR^{-\eta}$ en donde $\log A = c - \beta_0 t$. La demanda de dinero como porcentaje del producto es el inverso de la velocidad de circulación del dinero, $k = 1/V$. Como el concepto de velocidad es más familiar que el de la demanda de dinero k , nosotros presentaremos estimaciones de la función de velocidad $V = AR^\eta$, $\log A = c + \beta t$ que en su forma econométrica es:

$$\Delta \log V_t = \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_j^k \Delta \log V_{t-j} + \sum_{j=1}^{n-1} \gamma_j^R \Delta \log R_{t-j} + \alpha^k (\beta^k \log V_{t-1} + \beta^R \log R_{t-1} + \delta t) + c + \beta_1 d_1 + \beta_2 d_2 + \beta_3 d_3 \quad (6.5)$$

Los Gráficos 6.7 y 6.8 presentan la velocidad de circulación de M1 y de la base monetaria en relación a la tasa de interés. Los gráficos revelan que las dos variables en el corto plazo tienen una clara relación positiva. El Gráfico 6.7 muestra que en el largo plazo la tendencia de la velocidad y la tendencia de la tasa de interés tienen signo contrario y por lo tanto en el largo plazo mantienen una relación inversa. La innovación financiera como tendencia temporal nos va a permitir reconciliar la relación inversa de largo plazo con la relación directa de corto plazo entre la velocidad y la tasa de interés con los signos esperados en las dos variables.

La estimación consistió en pruebas de cointegración, homogeneidad, exogeneidad, exclusión e hipótesis sobre la elasticidad interés de la demanda de dinero en las cuatro ecuaciones 4.1, 4.2, 6.3 y 4.3, y para tres agregados monetarios, M1, base monetaria y M3 más bonos⁴. En el artículo reportamos los resultados para la demanda de M1 y de base monetaria pues a diferencia del agregado monetario M3 más bonos, estos fueron los dos agregados monetarios para los cuales no se rechazó la hipótesis de ausencia de tendencia, es decir, la innovación financiera es una variable que pertenece a la ecuación de la demanda de dinero. De las cuatro ecuaciones solamente reportamos los resultados de la primera y la última, ecuaciones 6.1 y 6.5 porque consideramos que probablemente estas son las de mayor interés. Las pruebas de homogeneidad y no exclusión de la tendencia también se aceptaron en el caso de las otras dos ecuaciones para las cuales no reportamos resultados. Los resultados que tuvieron alguna variación fueron los de las pruebas de exogeneidad débil, es decir, algunas de las ecuaciones, 6.1, 6.2, 6.4 y 6.5, pueden

⁴Nosotros no reportamos tests de estabilidad porque la existencia de cointegración implica que entre las variables hay una relación estable. Nuestro criterio de estabilidad es la existencia de cointegración con signos teóricamente plausibles.

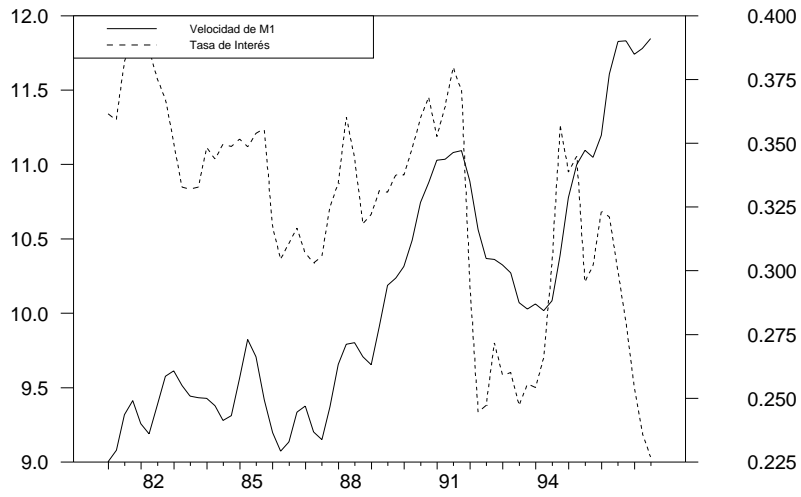


Figure 6.7: Velocidad de M1 y tasa de interés

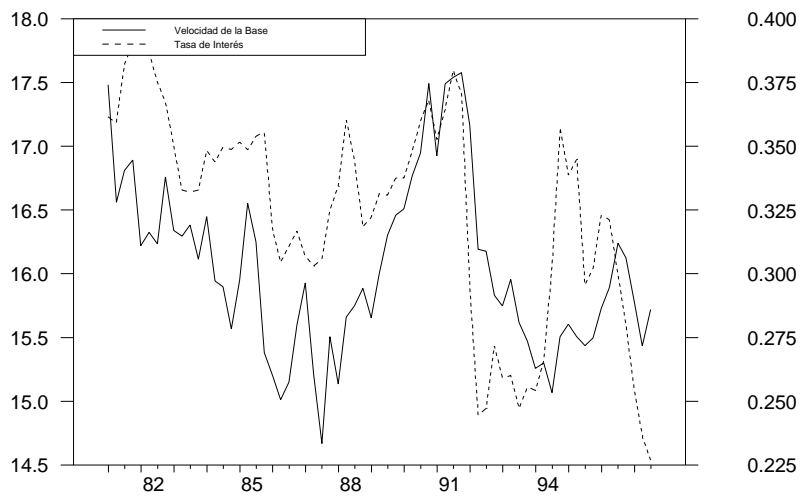


Figure 6.8: Velocidad de la base y tasa de interés.

entenderse como funciones de demanda, de velocidad o como ecuaciones para la determinación del ingreso nominal.

Para las cuatro ecuaciones, diferentes criterios indicaron que el número estimado de rezagos, n , se encontraba entre uno y dos. Como a uno o dos rezagos hubo autocorrelación en los residuos, se añadieron rezagos hasta eliminar autocorrelación, esto ocurrió a los cuatro rezagos. Con $n = 4$ no se presentó autocorrelación de primero ni de cuarto orden en las regresiones con parámetros libres ni en las regresiones restringidas a las hipótesis de homogeneidad. En varias regresiones, autocorrelación de orden 16 solo se rechazó al disminuir la significancia a 1.0%.

7. Error de Especificación en la Demanda de Dinero sin Innovación Financiera

El Cuadro 7.1 muestra la cointegración de la demanda de dinero M1 sin incluir la variable de innovación financiera. En el Pánel 1 se aprecia que al nivel usual de significancia, 5.0%, hay dos vectores de cointegración. Al 1.0% de significancia el número de vectores es uno.

Los vectores de la estimación con rango dos aparecen en el Panel 2 del Cuadro 7.1. El signo de los coeficientes corresponde al caso en que todas las variables están al lado izquierdo de la ecuación. Es porque, sin ninguna información adicional, en un vector de cointegración cualquier variable podría ser explicada por las demás, es decir, cualquier variable podría aparecer al lado izquierdo de la ecuación.

Ningún vector puede ser interpretado como una demanda de dinero pues el signo de los coeficientes no lo permite. El primer vector implica la siguiente ecuación para los saldos nominales de dinero:

$$\log M_t = 8.406 + 0.983 \log P_t - 0.081 \log y_t - 1.281 \log R_t \quad (7.1)$$

El signo de la variable ingreso es contrario al que implica la teoría. En el segundo vector el signo de la variable tasa de interés también es contrario al que implica la teoría. Al restringir cualquiera de los dos vectores o los dos conjuntamente a la hipótesis de homogeneidad en los precios, el signo de la variable de ingreso o de la variable de costo de oportunidad es contrario al esperado.

Lo mismo sucede en la estimación con un vector cointegrante. El vector que resulta en la estimación con rango uno es también el primer vector del Panel 2 del Cuadro 7.1, y el correspondiente a la ecuación 7.1. Como dijimos arriba, el signo

Rango	Prueba de rango			
	Traza	Traza 90.0%	Traza 95.0%	Traza 99.0%
0	70.08	49.91	53.42	60.42
1	38.78	31.88	34.79	40.83
2	19.60	17.79	19.99	24.73
3	5.34	7.50	9.13	12.73

Vectores de cointegración				
M	P	y	R	c
1.000	-0.983	0.081	1.281	-8.406
1.000	-0.547	-3.086	-0.168	27.744

Table 7.1: La demanda de dinero sin innovación financiera

Homogenidad en precios				
$M = Py^{\zeta} AR^{-\eta}, \log A = c. \chi^2_{(1)} = 0.00, \text{p-value} = 0.96$				
M	P	y	R	c
1.000	-1.000	0.195	1.313	9.795
(0.000)	(0.000)	(0.152)	(0.294)	(1.531)

Homogenidad en precios e ingreso				
$M = PyAR^{-\eta}. \log A = c. \chi^2_{(2)} = 8.12, \text{p-value} = 0.02$				
M	P	y	R	c
1.000	-1.000	-1.000	0.667	0.268
(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.176)	(0.472)

Table 7.2: Tests de homogenidad a la demanda de dinero sin innovación financiera

Rango	Prueba de rango			
	Traza	Traza 90.0%	Traza 95.0%	Traza 99.0%
0	67.19	58.96	62.61	70.22
1	36.28	39.08	42.20	48.59
2	18.03	22.95	25.46	30.65
3	3.27	10.56	12.38	16.38

Vector de cointegración				
M	P	y	R	t
1.000	-1.358	-2.010	1.036	0.040

Table 8.1: La demanda de dinero M1

de la variable de escala es el contrario al esperado y, también en la estimación con rango uno, al imponer la restricción de homogeneidad de la demanda de dinero nominal en los precios, el signo de la variable de escala continúa siendo el contrario al esperado.

En resumen, si la variable de innovación financiera no está presente en la estimación de la demanda de dinero, aunque existe cointegración entre las variables, los coeficientes no corresponden a una demanda de dinero y por lo tanto la ecuación no puede considerarse como una demanda de dinero.

8. Estimación de la Demanda de Dinero con Innovación Financiera

8.1. La demanda de M1

El Panel 1 del Cuadro 8.1 muestra que las variables dinero M , precios P , producto y , interés R , e innovación financiera t está cointegrado a un nivel de significancia de 5.0%.

El Panel 2 del mismo cuadro muestra el vector de cointegración entre estas variables. Todos los coeficientes tienen el signo que implica la teoría de la demanda de dinero, por lo tanto, podemos interpretar la relación entre las distintas variables de la ecuación como el equilibrio en el mercado de dinero siendo la demanda determinada por una variable de escala, el producto, y una variable de costo de oportunidad, la tasa de interés.

Homogenidad en precios				
$M = Py^{\zeta}AR^{-\eta}$, $\log A = c - 0.022t$. $\chi^2_{(1)} = 1.29$, p-value = 0.26				
M	P	y	R	t
1.000	-1.000	-2.322	0.792	0.022
(0.000)	(0.000)	(0.707)	(0.167)	(0.007)
Prueba conjunta de exogenidad débil y homogenidad				
$M = PyAR^{-\eta}$, $\log A = c - 0.009t$. $\chi^2_{(5)} = 9.63$, p-value = 0.09				
M	P	y	R	t
1.000	-1.000	-1.000	0.899	0.009
(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.190)	(0.001)
Prueba conjunta de homogenidad, exogenidad débil y exclusión de la tendencia				
$M = PyAR^{-\eta}$, $\log A = c$. $\chi^2_{(6)} = 25.80$, p-value = 0.00				
M	P	y	R	t
1.000	-1.000	-1.000	-0.544	0.000
(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.265)	(0.000)

Table 8.2: Tests de homogenidad y exogenidad en la demanda de dinero M1

El Panel 1 del Cuadro 8.2 muestra que la hipótesis de homogeneidad de la demanda de dinero nominal en los precios no se rechaza. Los coeficientes de las variables de escala, costo de oportunidad e innovación financiera son significativos y tienen el signo esperado. La aceptación de la hipótesis de homogeneidad con los signos correctos en y , R y t significa buenas noticias para la estimación de la demanda de dinero. Goldfeld y Sichel (1995) (p. 305) y Filosa (1995 p. 9), por ejemplo, consideran que el caso en que se rechaza la hipótesis de homogeneidad en precios es evidencia de error de especificación en el modelo.

El Panel 2 del Cuadro 8.2 muestra la prueba conjunta de homogeneidad de la demanda de dinero en los precios y el ingreso y exogeneidad débil de los precios, el ingreso y la tasa de interés. Con un p-value de 0.09 no se rechaza esta hipótesis conjunta. El Panel 3 muestra el resultado de la prueba de exclusión de la tendencia temporal. Con un p-value inferior a 0.01 rechazamos la hipótesis nula de exclusión de la tendencia. Además, al plantear la ausencia de tendencia temporal, el signo del coeficiente correspondiente a la tasa de interés resulta ser el contrario al esperado. Tanto porque la hipótesis se rechaza como porque el signo de la tasa de interés resulta ser contrario al esperado, la innovación financiera no puede excluirse de la estimación de la demanda de dinero.

Los resultados acerca de homogeneidad y no exclusión de la tendencia indican que el modelo pertinente tiene la forma:

$$\log M = \log P + \log y - 0.899 \log R - 0.009t$$

ó

$$MV = PY \tag{8.1}$$

con $V = AR^{0.899}$ y $\log A = c + 0.009t$. Estos resultados permiten interpretar la demanda de dinero como la ecuación 3.7 del marco teórico de la parte tres del artículo. Los resultados acerca de la endogeneidad de M y exogeneidad débil de P , y y R indican que en el caso de Colombia la ecuación 8.1 puede interpretarse como una teoría de la demanda de dinero. El Gráfico 8.1 presenta el ajuste del modelo. El gráfico presenta los datos observados y ajustados como crecimiento porcentual sobre cuatro trimestres.

La elasticidad interés es plausible según el modelo de Lucas expuesto arriba pues está dentro del intervalo (0,1) que corresponde al caso de rendimientos decrecientes en la tecnología de transacciones.

La innovación financiera causa un descenso anual en la demanda de dinero de $(0.009 \times 4 = 0.036)$ 3.6%.

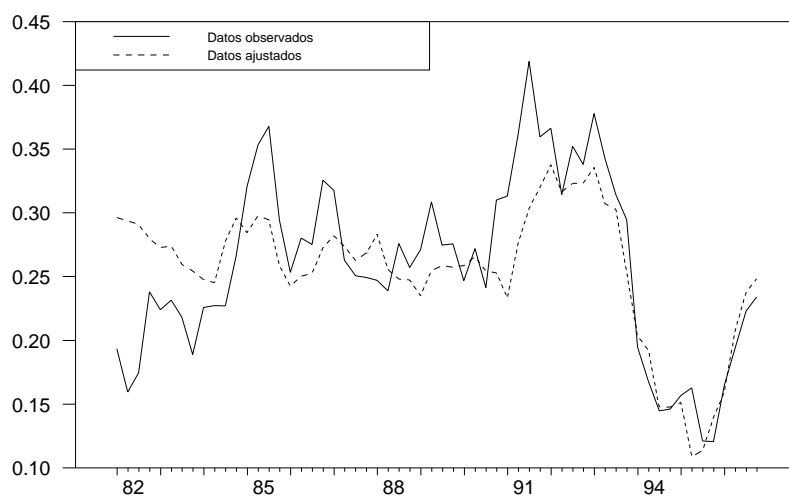


Figure 8.1: Ajuste del modelo de demanda de M1.

8.2. La demanda de base monetaria

Nuestra medida de la base monetaria es la base monetaria ajustada, es decir, la base monetaria que habría tenido lugar si la reserva legal hubiera permanecido al nivel de la última regulación sobre encajes⁵. Creemos que puede no tener mucho sentido hablar de la demanda de base monetaria observada cuando esta puede cambiar como consecuencia de modificaciones del encaje legal.

El Panel 1 del Cuadro 8.3 muestra que entre las variables base B , precios P , ingreso y , interés R , e innovación financiera t , hay un vector de cointegración. Este vector se muestra en el Pánel 2 del mismo cuadro. Los signos son los que implica el equilibrio en el mercado de dinero.

En el Pánel 1 del Cuadro 8.4 mostramos que no se rechaza la hipótesis de homogeneidad de la demanda de base monetaria en los precios. Aunque el estimativo puntual de la elasticidad ingreso en el Cuadro 8.3 parece alto, el Pánel 2 del Cuadro 8.4 muestra que no se rechaza la hipótesis de una elasticidad unitaria. El Pánel 2 del Cuadro 8.4 también muestra que aceptamos una hipótesis conjunta de homogeneidad y exogeneidad. Se acepta la hipótesis de homogeneidad de M en P y y , conjuntamente con la hipótesis de exogeneidad de P , y y R .

⁵Tomamos el concepto de base monetaria ajustada de Toro (1995).

Rango	Prueba de rango			
	Traza	Traza 90.0%	Traza 95.0%	Traza 99.0%
0	70.16	58.96	62.61	70.22
1	41.89	39.08	42.20	48.59
2	23.26	22.95	25.46	30.65
3	7.88	10.56	12.38	16.38

Vector de cointegración				
<i>B</i>	<i>P</i>	<i>y</i>	<i>R</i>	<i>t</i>
1.000	-1.007	-3.448	0.474	0.028

Table 8.3: La demanda de base monetaria ajustada

Finalmente, en el Panel 3 del Cuadro 8.4 mostramos que no se acepta la hipótesis de ausencia de tendencia temporal en la demanda de base monetaria. Esto quiere decir que efectivamente la innovación financiera es una variable que está presente en la ecuación de la demanda de base monetaria.

Como en el caso de la demanda de M1, también para la base monetaria las pruebas de homogeneidad, exogeneidad y exclusión indican que la relación entre las distintas variables es una demanda de dinero de la forma:

$$\log B = \log P + \log y - 0.577 \log R - 0.002t$$

ó

$$BV = PY \tag{8.2}$$

con $V = AR^{0.577}$ y $\log A = c + 0.002t$. El Gráfico 8.2 muestra los datos observados y ajustados para el crecimiento de la base monetaria ajustada sobre cuatro trimestres.

La magnitud de la elasticidad interés de la demanda de base monetaria es teóricamente plausible de acuerdo al modelo de Lucas (1994) y la innovación financiera explica un descenso en la demanda de base monetaria de 0.8% anual.

8.3. Algunas pruebas sobre la elasticidad interés de la demanda de dinero

Tanto por medio de los dos métodos propuestos por Lucas en el modelo explicado en la tercera parte de este artículo como por medio de métodos propuestos por

Homogenidad en precios				
$B = Py^{\zeta}AR^{-\eta}, \log A = c - 0.027t, \chi^2_{(1)} = 0.00, \text{p-value} = 0.99$				
B	P	y	R	t
1.000	-1.000	-3.431	0.470	0.027
(0.000)	(0.000)	(0.586)	(0.141)	(0.006)
Prueba conjunta de exogenidad débil y homogenidad				
$B = PyAR^{-\eta}, \log A = c - 0.002t, \chi^2_{(5)} = 7.53, \text{p-value} = 0.18$				
B	P	y	R	t
1.000	-1.000	-1.000	0.577	0.002
(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.140)	(0.001)
Prueba conjunta de homogenidad, exogenidad débil y exclusión de la tendencia				
$B = PyAR^{-\eta}, \ln A = c, \chi^2_{(6)} = 17.40, \text{p-value} = 0.01$				
B	P	y	R	t
1.000	-1.000	-1.000	0.203	0.000
(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.093)	(0.000)

Table 8.4: Tests de homogenidad en la demanda de base monetaria ajustada

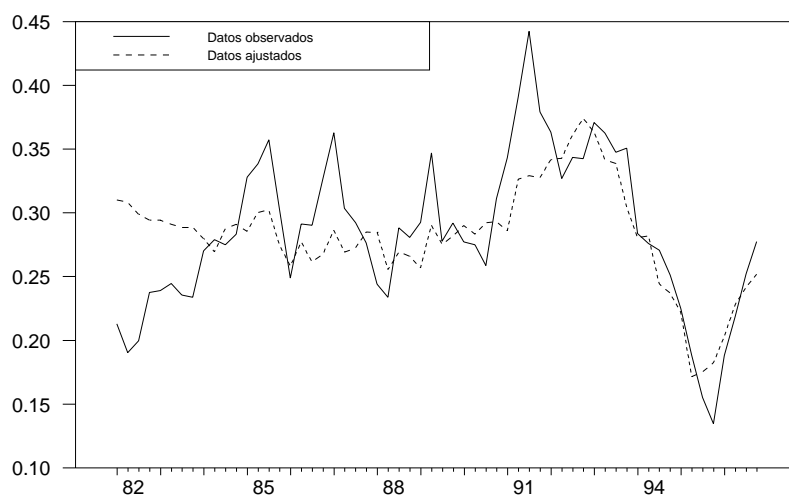


Figure 8.2: Ajuste del modelo para la base monetaria.

otros autores, la elasticidad interés de la demanda de dinero es un parámetro importante en la medición del costo en bienestar de la inflación. Cálculos del costo en bienestar de la inflación para Colombia son desarrollados por el autor en otro artículo (Gómez 1998). Aquí presentamos las pruebas de algunas hipótesis acerca de la elasticidad interés de la demanda de dinero que son útiles en el cálculo del costo en bienestar de la inflación y que además tienen implicaciones acerca de la magnitud del cambio en la demanda de dinero como consecuencia de la innovación financiera.

En los Páneos 1, 2 y 3 del Cuadro 8.5 vemos que no se rechazan las hipótesis de una elasticidad interés de la demanda de dinero de (menos) $1/2$, $1/3$ y 0.7 . Como dijimos arriba, las elasticidades interés de $1/2$ y $1/3$ son las que implican los modelos de Baumol (1952) y de Miller y Orr (1966). La elasticidad de 0.7 es una elasticidad relativamente alta como la que corresponde a un país inflacionario como Colombia y que utilizamos en algunos de los cálculos del costo en bienestar de la inflación. Vemos que todos estos valores hipotéticos de las elasticidades se aceptan.

Los mismos valores hipotéticos de la elasticidad interés de velocidad de circulación se aceptan para el caso de la base monetaria. El Cuadro 8.6 muestra estas pruebas.

Elasticidad interés, caso de Baumol				
$M = PyAR^{-1/2}, \log A = c - 0.007t. \chi^2_{(3)} = 4.23, \text{p-value} = 0.24$				
M	P	y	R	t
1.000	-1.000	-1.000	0.500	0.007
(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
Elasticidad interés, caso de Miller y Orr				
$M = PyAR^{-1/3}, \log A = c - 0.007t. \chi^2_{(3)} = 6.46, \text{p-value} = 0.09$				
M	P	y	R	t
1.000	-1.000	-1.000	0.333	0.007
(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
Elasticidad interés = 0.7				
$M = PyAR^{-0.7}, \log A = c - 0.008t. \chi^2_{(3)} = 2.99, \text{p-value} = 0.39$				
M	P	y	R	t
1.000	-1.000	-1.000	0.700	0.008
(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)

Table 8.5: Algunos tests a la elasticidad interés de la demanda de dinero M1

Como la tasa de interés tiene una pequeña tendencia decreciente a lo largo del período de la muestra, Gráfico 6.7, a medida que el valor hipotético de la elasticidad interés aumenta, la tendencia debe hacer un mayor trabajo en explicar el dinero perdido ("missing money"). Por lo tanto a mayor coeficiente de la tasa de interés mayor coeficiente de la tendencia temporal.

9. La Función de Velocidad

La innovación financiera es indispensable para hacer que el vector de cointegración entre la demanda de dinero como porcentaje del ingreso k , y la tasa de interés R , sea una función de demanda. En la función de velocidad el signo esperado de la tasa de interés es positivo, es decir, aumentos en la tasa de interés están relacionados con aumentos en la velocidad y disminuciones en la demanda de dinero k . Sin la tendencia temporal como aproximación a la innovación financiera, las variables k y R están cointegradas pero el signo de la tasa de interés es contrario al esperado. El signo correcto, positivo, del coeficiente de la tasa de interés en

Elasticidad interés, caso de Baumol				
$B = PyAR^{-0.5}$, $\log A = c - 0.0004t$. $\chi^2_{(3)} = 6.89$, p-value = 0.08				
B	P	y	R	t
1.000	-1.000	-1.000	0.500	0.000
(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
Elasticidad interés, caso de Miller y Orr				
$B = PyAR^{-1/3}$, $\log A = c + 0.0004t$. $\chi^2_{(3)} = 6.33$, p-value = 0.10				
B	P	y	R	t
1.000	-1.000	-1.000	0.333	-0.000
(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
Elasticidad interés = 0.7				
$B = PyAR^{-0.7}$, $\log A = c - 0.001t$. $\chi^2_{(3)} = 7.59$, p-value = 0.06				
B	P	y	R	t
1.000	-1.000	-1.000	0.700	0.001
(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)

Table 8.6: Algunos tests a la demanda de dinero base

la ecuación de velocidad se encuentra cuando se incluye la variable de innovación financiera. La razón está en que a lo largo del período de la muestra la tasa de interés tiene una pequeña tendencia decreciente y la velocidad una tendencia creciente. Sin innovación financiera la tendencia de la tasa de interés debe explicar la tendencia de la velocidad y aparece un signo negativo en el coeficiente de la tasa de interés. Con innovación financiera la tendencia temporal explica la tendencia creciente de largo plazo de la velocidad y la tasa de interés explica los movimientos de corto plazo de la velocidad. De nuevo, el signo de los coeficientes en la tasa de interés y en la innovación financiera es el correcto.

En el Panel 1 del Cuadro 9.1 mostramos que al 5.0% de significancia existe un vector de cointegración entre las variables V y R . El Panel 2 muestra el vector de cointegración correspondiente. Aunque el coeficiente de la tasa de interés tiene el signo esperado, su magnitud es alta. No obstante este alto estimativo puntual, la hipótesis de una elasticidad unitaria no se rechaza: el Panel 3 muestra el resultado de la prueba conjunta de una elasticidad interés unitaria y exogenidad débil de la tasa de interés. Como la variable exógena débil es la tasa de interés, podemos interpretar la ecuación como una función de velocidad o de demanda.

Los resultados apuntan en la dirección de la siguiente función de velocidad:

$$\ln V = \ln R + 0.009t$$

es decir, $V = AR$, $\log A = c + 0.009t$. El Gráfico 9.1 muestra el ajuste del modelo para la velocidad de M1.

Los mismos resultados se obtuvieron para el caso de la base monetaria ajustada (Cuadro 9.2 y Gráfico 8.2). La ecuación en este caso es $V = AR$, $\log A = c + 0.004t$.

10. Conclusiones

La demanda de dinero en Colombia tiene los signos correctos, es homogénea en los precios, puede interpretarse como la ecuación cuantitativa y como una teoría de demanda de dinero siempre y cuando se incluya en la estimación una variable de innovación financiera.

La omisión de la innovación financiera en la estimación de la demanda de dinero conduce a error de especificación pues algunos de los signos del vector de cointegración son contraintuitivos. En consecuencia, es imposible interpretar la ecuación como una demanda de dinero.

Hemos aproximado la innovación financiera con una tendencia temporal. Existen otras formas de aproximarla y hay también otras variables que pueden in-

Prueba de rango		
Rango	Traza	Traza 95%
0	35.37	25.47
1	9.93	12.39

Vector de cointegración		
V_{M1}	R	t
1.000	-3.457	-0.022

Prueba conjunta de exogenidad y elasticidad interés
 $V = AR, \log A = c + 0.009t. \chi^2_{(2)} = 3.40, \text{p-value} = 0.18$

V_{M1}	R	t
1.000	-1.000	-0.009
(0.000)	(0.000)	(0.001)

Table 9.1: La función de velocidad de M1

Prueba de traza		
Rango	Traza	Traza 90%
0	25.09	22.95
1	5.22	10.56

Vector de cointegración		
V_B	R	t
1.000	-1.327	-0.006

Prueba conjunta de exogenidad y elasticidad interés
 $V = AR, \log A = c + 0.004t. \chi^2_{(2)} = 2.26, \text{p-value} = 0.32$

V_B	R	t
1.000	-1.000	-0.004
(0.000)	(0.000)	(0.001)

Table 9.2: La función de velocidad de base ajustada

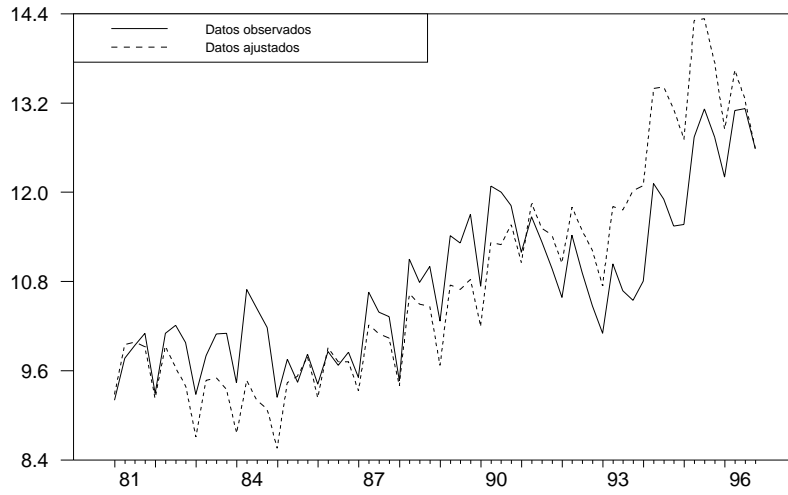


Figure 9.1: Ajuste de la velocidad de M1.

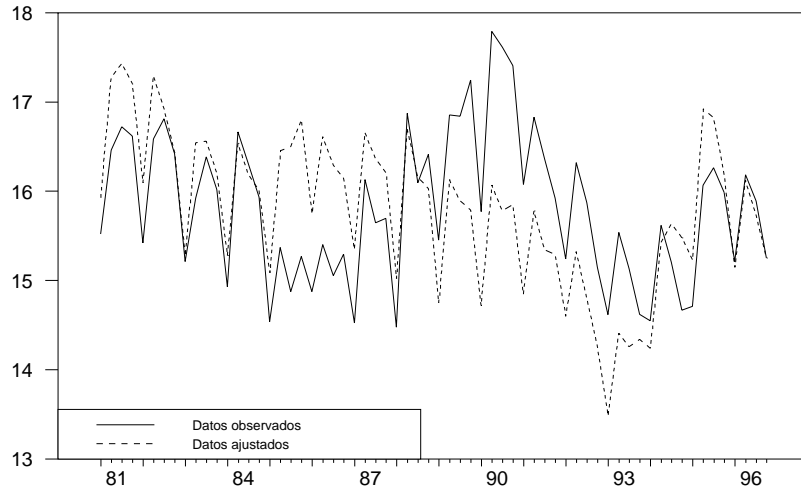


Figure 9.2: Ajuste de la velocidad de la base.

producirse en la estimación de la demanda de dinero, estas son sugerencias para otras investigaciones.

Como la demanda de dinero satisface la prueba conjunta de homogeneidad en los precios y el ingreso, puede ser entendida como la ecuación cuantitativa. La ecuación cuantitativa puede interpretarse como una teoría de demanda de dinero tal y como lo hizo Friedman (1956), en nuestro caso, porque las pruebas de exogeneidad débil indican que la variable endógena es el dinero.

La homogeneidad de la demanda nominal de dinero en los precios y el ingreso permite escribir la demanda de dinero como un porcentaje del ingreso, una medida de la demanda de dinero que puede utilizarse para el cálculo del costo en bienestar de la inflación. También permite estimar una función de velocidad que hemos estimado para los agregados monetarios M1 y M0.

Las funciones de velocidad de M1 y base monetaria con innovación financiera también son bien comportadas. Hay cointegración, los signos guardan correspondencia con las implicaciones de la teoría y las pruebas de exogeneidad débil indican que las ecuaciones son funciones de velocidad.

A lo largo de la estimación hemos hecho uso de los promedios geométricos que ofrecen amplias ventajas en la práctica de la econometría entre otras cosas porque son los más apropiados para series con crecimiento exponencial.

References

- [1] Arrau, Patricio, José De Gregorio, Carmen Reinhart y Peter Wickham. "The demand for money in developing countries: assessing the role of financial innovation". *Journal of Development Economics* Vol 46. 1995.
- [2] Arrau, Patricio y José de Gregorio. "Financial innovation and money demand." World Bank Working Papers 585. 1991.
- [3] Barro, Robert. *Macroeconomics*. John Willey. N. Y. 1987.
- [4] Baumol, William. "The transactions demand for cash: an inventory-theoretic approach." *Quarterly Journal of Economics* 66. p. 545-556. 1952.
- [5] Bertola, G. y L. Svenson. "Stochastic devaluation, risk and the empirical fit of target zone models." *The Review of Economic Studies*. 60. No. 204. p. 689-712. 1993.
- [6] Blanchard, Oliver. "*Macroeconomics*." Prentice Hall. N. J. 1997.

- [7] Bordo, Michael, Lars Jonung y Pierre Siklos. "Institutional change and the velocity of money: a century of evidence." *Economic Inquiry*. Vol. XXXV. p. 710-724. 1997.
- [8] Butkiewicz, James and Margaret M. McConnel. "The stability of the demand for money and M1 velocity: evidence from the sectoral data." *Quarterly Review of Economics and Finance*. Vol. 35. No. 3. p. 233-243. 1995.
- [9] Chang, Fwu-Rang. "Homogeneity and the transactions demand for money." Mimeo Idiana University. 1992.
- [10] Currie, Lauchlin. *Moneda en Colombia, Comportamiento y Control*. Fondo Cultural Cafetero. Bogotá. 1987.
- [11] Filosa, Renato. "Money demand stability and currency substitution in six European countries." Mimeo. 1995.
- [12] Friedman, Milton. "The quantity theory of money: a restatement." En Milton Friedman Ed. *Studies in the Quantity Theory of Money*. Chicago University Press. 1956.
- [13] Goldfeld, Stephen. "Demand for money: empirical studies." En *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*. John Eatwell, Murray Milgate y Peter Newman, eds. (London: Macmillan) p. 131-143. 1987.
- [14] Goldfeld, Stephen and Daniel Sichel. "The demand for money." En Friedman, Benjamin y Frank Hahn, *Handbook of Monetary Economics*. North Holland 1990. p. 299-356. 1990.
- [15] Gómez, Javier. "El costo de la inflación en Colombia." Mimeo Banco de la República. 1998.
- [16] Hendry, David. *Dynamic Econometrics*. Oxford University Press. Especialmente el capítulo 16. 1995.
- [17] Ireland, Peter. "Economic growth, financial evolution, and the long -run behavior of velocity." *Journal of Economics Dynamics and Control* 18. p. 815-848. 1994.
- [18] Johansen, Soren y Katarina Juselius. "Testing structural hypotheses in a multivariate cointegration analysis of the PPP and the UIP for UK." *Journal of Econometrics* 53. p. 211-244. 1992.

- [19] Johansen, Soren y Katarina Joselius. "Maximum likelihood estimation and inference on cointegration - with applications to the demand for money." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 52. p. 169-225. 1990.
- [20] Johansen, Soren y Katarina Joselius. "The full information maximum likelihood procedure for inference on cointegration -with applications." Insitute of Mathematical Statistics, University of Copenhagen 4. 1989.
- [21] Julio, Juan M. "Una nota sobre la utilidad de los promedios geométricos en la práctica de la econometría." Mimeo. Banco de la República. 1998.
- [22] Julio, Juan M. "*The Demand for Money in Colombia.*" M. A. Thesis University of Chicago. 1995.
- [23] King, Robert y Mark Watson. "Testing long run neutrality." *Working Papers NBER*. No. 4156. 1992.
- [24] Lieberman, C. "The transaction demand for money and technological change". *Review of Economics and Statistics* 59. 1977.
- [25] Lucas, Robert. On the welfare cost of inflation. *Center for Economic Policy Research*. Publication No. 394. 1994.
- [26] Lucas, Robert. "Money demand in the United States: a quantitative review." *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 29 p. 137-168. 1988.
- [27] Lucas, Robert y Nancy Stokey. "Money and interest in a cash-in-advance economy." *Econometrica* 55. p. 219-247. 1987.
- [28] Márquez, J. "Money demand in open economies: a currency substitution model for Venezuela." *Journal of International Money and Finance*. 6. p. 167-178. 1987.
- [29] McCallum, Bennett. "Robustness properties of a rule for monetary policy." *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 29. p. 173-204. 1988.
- [30] McCallum, Bennett T. y Marvin Marvin S. Goodfriend. "Demand for money: theoretical studies". En *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*. John Eatwell, Murray Milgate y Peter Newman, eds. (London: Macmillan). p. 117-130. 1987.

- [31] Miller, Merton H., y Daniel Orr. "A model of the demand for money by firms." *Quarterly Journal of Economics* 80. p. 413-435. 1966.
- [32] Misas, Martha y Hugo Oliveros. "Cointegración, exogeneidad y crítica de Lucas: funciones de demanda de dinero en Colombia: un ejercicio más". *Borradores Semanales de Economía* No. 75. 1997.
- [33] Osterwald-Lenum, Michael. "A note with quantiles of the asymptotic distribution of the maximum likelihood cointegration rank test statistics." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 54. p. 461-471. 1992.
- [34] Riascos, Alvaro. "Sobre el costo en bienestar de la inflación en Colombia". *Borradores Semanales de Economía* No. 82. Banco de la República. 1997.
- [35] Toro, Jorge. *Private Behavior and Monetary Policy in Colombia*. Ph.D. Thesis. University of Oxford. 1995.