

Expectativas de Inflación y *Pass Through* para Colombia bajo *Adaptive Learning*

*Luis Edgar Basto Mercado*¹

Junio 30, 2010

Resumen

En este paper se emplea un modelo OA-DA para una economía cerrada y otro para una economía abierta con soluciones exactas lineales. Comparando estos dos modelos, se obtiene que la regla de política monetaria es más empinada en la economía abierta que la de economía cerrada mientras que la respectiva curva de Phillips es más plana. Además los choques tienen un mayor impacto sobre la inflación y la tasa de interés es más efectiva que en una economía cerrada. Al introducir las expectativas sobre inflación como adaptive learning, los modelos teóricos adaptativos para la economía cerrada y abierta son convergentes a su valor estacionario de expectativas racionales. Los resultados de los dos modelos simulados para la economía colombiana muestran que en economía abierta primero, los agentes tardan menos tiempo en aprender sobre el equilibrio de expectativas racionales, segundo, los agentes aprenden con más precisión y tercero, la estimación de los choques es menos volátil implicando que los individuos logran reducir el error en su predicción de la inflación al incorporar los canales de la tasa de cambio, con respecto a la economía cerrada. De esta forma, este modelo de curva de Phillips con aprendizaje adaptativo y pass through permite mejorar las decisiones de política monetaria.

Palabras clave: Mecanismos de Aprendizaje, Expectativas Adaptativas de los 90's, Curva de Phillips.

Clasificación JEL: C32, C53, E31, E37, E52, E58.

¹ Estudiante de segundo año del doctorado en Economía de la Universidad de los Andes, Economista y Magíster en Ciencias Económicas de la Universidad Nacional. E-mail: le.basto21@uniandes.edu.co. Agradezco los comentarios de Franz Hamann y Rodrigo Velez, sin embargo los errores y omisiones son responsabilidad exclusiva mía.

1 *Introducción*

Los pronósticos de inflación son una herramienta fundamental para la toma de decisiones de política monetaria y en especial para un Banco Central como el colombiano, que emplea la herramienta de Inflación Objetivo². En los últimos años se ha desarrollado un creciente desarrollo de la literatura sobre *adaptive learning* o *econometric learning*. La idea general de este paper consiste en contrastar los resultados de un modelo OA-DA de economía cerrada cuando hay *adaptive learning* con los respectivos resultados de un modelo OA-DA de economía abierta empleando el learning toolbox desarrollado por Carceles-Poveda and Giannitsarou (2006).

Los resultados de los dos modelos simulados para la economía colombiana muestran tres resultados fundamentales. Primero, en economía abierta los agentes tardan menos tiempo en aprender sobre el equilibrio de expectativas racionales, que en economía cerrada. Segundo, los agentes aprenden con más precisión en economía abierta que en cerrada. Y tercero, la estimación de los choques es menos volátil en economía abierta, implicando que los individuos logran reducir el error en su predicción de la inflación al incorporar los canales de la tasa de cambio, con respecto a la economía cerrada. Así, este modelo de curva de Phillips con aprendizaje adaptativo y *pass through* permite mejorar las decisiones de política monetaria.

De esta forma, las suposiciones sobre el mecanismo de formación de expectativas y sobre el tipo de *pass through* de la tasa de cambio, son fundamentales para la estimación de la Curva de Phillips en Colombia. Y por tanto, no incluir un mecanismo de formación de expectativas más realista que el de expectativas adaptativas y racionales para estimar la Curva de Phillips, subestima la variabilidad e importancia de tal curva.

En vista de la importancia que tienen las expectativas en la determinación de la política monetaria, varios estudios se han hecho en Colombia sobre cuál puede ser el mecanismo más apropiado para pronosticarla y en especial, cómo esas estimaciones afectan la Curva de Phillips. Dentro de los estudios más importantes vale la pena resaltar los de López y Misas (1999), Gómez and Julio (2000), Nigrinis

² Ver Hamann, F. et al (2004).

(2004) y Bejarano (2005). Los dos primeros emplean como mecanismo de formación de expectativas las Expectativas Racionales, mientras que los dos últimos emplean las Expectativas Adaptativas y en especial expectativas regresivas $\pi_t = \pi_{t-1}$. Por esta razón, se justifica estimar las expectativas de inflación en Colombia con el mecanismo de adaptive learning para ver si permite mejorar los pronósticos inflacionarios.

Este trabajo tiene cinco partes, siendo la primera esta introducción. En la segunda parte, se desarrolla el modelo de OA-DA de economía cerrada empleando el modelo de Calvo (1983) para la curva de Phillips, una curva IS con una regla de Taylor (1993) para la demanda agregada, se presenta el equilibrio de este modelo, se introduce el mecanismo de formación de expectativas adaptive learning, se presenta sus implicaciones dinámicas, su solución y cómo opera el mecanismo recursive least square (RLS). Análogamente en la cuarta parte se desarrolla el modelo de OA-DA de economía abierta empleando el modelo de Calvo, una curva IS con una regla de Taylor, se presenta su equilibrio, se introducen tales expectativas de aprendizaje pero al modelo de economía abierta. La quinta parte presenta los principales resultados numéricos de los dos modelos de OA-DA calibrados para la economía colombiana. Finalmente, se presentan las principales conclusiones y la agenda de investigación.

2 *Modelo OA-DA de Economía Cerrada*

La Estructura general de un modelo OA-DA tiene primero, una curva IS que resulta de un problema de optimización cuya solución es numérica, segundo, una regla monetaria que se puede obtener de un problema de optimización y en general con solución analítica, y tercero, una curva de oferta agregada (OA) que también resulta de un problema de optimización y con solución analítica.

La idea de este ejercicio es encontrar una forma reducida del modelo OA-DA que sea analítica, y en particular con forma lineal, esto con el fin de evitar la aproximación (log-linealización) que se requeriría en la solución de la curva IS (con una ecuación de Euler). De esta forma, se aísla el efecto puro del análisis numérico que requiere el Adaptive Learning.

Por tal motivo, a continuación se presenta la derivación analítica de una curva de Phillips lineal (el bloque de OA del modelo) y posteriormente se obtiene el bloque de DA lineal con una curva IS y una regla de Taylor. Con la OA y DA lineales que resultan de este proceso se obtiene la forma reducida del modelo que también es lineal y que permitirá implementar el Adaptive Learning.

2.1 Curva de Phillips de Economía Cerrada

Como este modelo es ampliamente conocido en la literatura aquí se hará una presentación sucinta siguiendo a Calvo (1983) y a la presentación que hacen Walsh (2003), Roberts (1995) y De Gregorio (2007).

Calvo (1983) asume que las empresas fijan sus precios y permanecen fijos hasta que reciben una señal para cambiarlos. El proceso de llegada de esta señal es Poisson con una probabilidad de ψ . En cada período t habrá una fracción de firmas cambiando sus precios ψ y la restante los deja fijos $1-\psi$. De esta forma, los precios serán translapados en el sentido que las firmas los cambian en distintos períodos. La firma j que le corresponde cambiar su precio en el período t escoge el precio que fija p_{it} , por tanto este precio cambiará en $t+1$ con una probabilidad ψ . Calvo (1983) también asume que en t el precio óptimo para la firma es p_t^* igual para todas las firmas y que la función de pérdidas es cuadrática, por tanto su problema es:

$$\min CT_t = E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} (p_{it} - p_{\tau}^*)^2 \quad (1)$$

Donde $0 < \beta < 1$ es el factor de descuento. Con probabilidad $1-\psi$ el precio seguirá fijo el siguiente período, con $(1-\psi)^2$ seguirá fijo dos períodos más adelante y así sucesivamente, luego se puede escribir este valor esperado para todos los términos que sólo involucran p_{it} para que la función objetivo se pueda expresar como:

$$(p_{it} - p_t^*)^2 + (1-\psi)\beta E_t (p_{it} - p_{t+1}^*)^2 + (1-\psi)^2 \beta^2 E_t (p_{it} - p_{t+2}^*)^2 + \dots$$

De las CPO se obtiene que:

$$p_{it} = (1 - (1 - \psi)\beta) \sum_{\tau=t}^{\infty} [\beta(1 - \psi)]^j E_{t+j} p_{t+j}^* \quad (2)$$

Esto significa que la firma que cambia el precio lo fijará como un promedio ponderado de los precios óptimos futuros, donde la ponderación es el factor de descuento corregido por la probabilidad de que el precio siga fijo en el futuro.

Sacando el primer término de la sumatoria y reinterpretando el resto, se puede reescribir como una función del precio que fija la empresa que cambia el precio en t y el precio esperado si hay cambio en $t+1$:

$$p_{it} = (1 - (1 - \psi)\beta)p_t^* + (1 - \psi)\beta E_t p_{it+1} \quad (3)$$

Por su parte el nivel de precios agregado depende del precio que la fracción ψ de firmas lo cambian y del precio que la fracción restante de firmas que lo dejan en p_{t-1} :

$$p_t = \psi p_{it} + (1 - \psi)p_{t-1} \quad (4)$$

Reemplazando (3) en (4):

$$p_t = \psi(1 - (1 - \psi)\beta)p_t^* + \psi(1 - \psi)\beta E_t p_{it+1} + (1 - \psi)p_{t-1} \quad (5)$$

Se supone además que el precio relativo óptimo ($p^* - p$) depende positivamente de la brecha de producto (presiones de demanda sobre los productos) y de un shock a los precios v_t (un shock de costos que cambia los precios de los insumos)³:

$$p_t^* = p_t + \gamma(y_t - \bar{y}_t) + v_t \quad (6)$$

Donde $\gamma > 0$. Adelantando (4), aplicando el valor esperado y despejando para la expectativa:

$$E_t p_{it+1} = \frac{E_t p_{t+1}}{\psi} - \frac{1 - \psi}{\psi} p_t \quad (7)$$

³ Ver De Gregorio (2007), pág. 603 y 607.

Reemplazando (6) y (7) en (5):

$$p_t = \psi(1 - (1 - \psi)\beta)(p_t + \gamma(y_t - \bar{y}_t) + v_t) + (1 - \psi)\beta \left(\frac{E_t p_{t+1}}{\psi} - \frac{1-\psi}{\psi} p_t \right) + (1 - \psi)p_{t-1}$$

Ordenando términos para $p_t - p_{t-1} = \pi_t$ y $E_t p_{t+1} - p_t = E_t \pi_{t+1}$ se tiene:

$$\pi_t = \theta(y_t - \bar{y}_t) + \beta E_t \pi_{t+1} + \varepsilon_t \quad (8)$$

Con:

$$\theta = \frac{\gamma\psi(1 - (1 - \psi)\beta)}{1 - \psi} > 0 \quad (8a)$$

$$\varepsilon_t = \frac{\psi(1 - (1 - \psi)\beta)v_t}{1 - \psi} \quad (8b)$$

Donde $\frac{\psi(1 - (1 - \psi)\beta)}{1 - \psi} > 0$. La ecuación (8) es la curva de Phillips Neokeynesiana. En ella se observa que mientras más cercano a 1 es ψ más vertical es la curva al nivel $y_t = \bar{y}_t$, ya que a mayor valor de ψ los precios son más flexibles.

2.2 Demanda Agregada de Economía Cerrada

Como lo resaltan Walsh (2003) y Woodford (2003) la DA puede surgir de un problema de optimización por parte de las familias, sin embargo, se necesitan hacer varios supuestos para poder aproximar la solución. Como se mencionó arriba, para evitar esa aproximación, aquí se supondrá que la DA proviene de la siguiente curva IS lineal:

$$y_t - \bar{y}_t = A - \lambda(i_t - \pi_t) + \mu_t \quad (9)$$

Donde la brecha del producto responde negativamente a la tasa de interés real ($\lambda > 0$) y positivamente al gasto autónomo A , que incluye el gasto fiscal, y al shock de demanda μ_t . Para encontrar la DA se supone adicionalmente una regla propuesta por Taylor (1993):

$$i_t = \bar{r} + \bar{\pi} + a(\pi_t - \bar{\pi}) + b(y_t - \bar{y}_t) \quad (10)$$

Donde $\bar{r}, \bar{\pi}, a$ y b son positivos. Esta regla de Taylor nos dice que la tasa de interés que fija el banco central responde positivamente a las brechas de inflación y de producto. Esta regla recoge el principio optimizador de un banco central que escoge la tasa de interés tal que reduzca la brecha del producto y la brecha de la inflación⁴. Una característica importante de esta regla es que cumple el *Principio de Taylor*⁵ según el cual el banco debe responder más que proporcionalmente a cambios en la brecha de la inflación, esto es $a > 1$, mientras que $0 < b < 1$.

Reemplazando (10) en (9) y despejando la brecha de inflación, se obtiene la regla monetaria (RM)⁶:

$$\pi_t - \bar{\pi} = -\frac{1 + b\lambda}{(a - 1)\lambda}(y_t - \bar{y}_t) + \frac{1}{(a - 1)\lambda}\mu_t \quad (11)$$

2.3 Equilibrio Expectacional en Economía Cerrada

De la RM, ecuación (11), se despeja la brecha del producto y se reemplaza en la Curva de Phillips, ecuación (8), y finalmente despejando la inflación en t se obtiene:

$$\pi_t = \frac{\theta(a - 1)\lambda}{(1 + b\lambda) + \theta(a - 1)\lambda}\bar{\pi} + \frac{\beta(1 + b\lambda)}{(1 + b\lambda) + \theta(a - 1)\lambda}E_t\pi_{t+1} + \frac{\varepsilon_t(1 + b\lambda) - \theta\mu_t}{(1 + b\lambda) + \theta(a - 1)\lambda}$$

Es decir:

$$\pi_t = a_0\bar{\pi} + a_1E_t\pi_{t+1} + a_2z_t \quad (12)$$

Con:

$$a_0 = \frac{\theta(a - 1)\lambda}{(1 + b\lambda) + \theta(a - 1)\lambda} > 0 \quad (12a)$$

$$a_1 = \frac{\beta(1 + b\lambda)}{(1 + b\lambda) + \theta(a - 1)\lambda} > 0 \quad (12b)$$

⁴ Aquí no se describe el problema de optimización de un Banco Central ya que su regla óptima sólo será función de la brecha del producto o de la brecha de inflación. Para más detalles ver Taylor (1993) y De Gregorio (2007).

⁵ Para más detalles de este principio ver De Gregorio (2007), Davig and Leeper (2005), Murray et al (2008).

⁶ Para esta representación se usó el resultado de que en el equilibrio de largo plazo $A = \phi\bar{r}$.

$$a_2 = \frac{1}{(1 + b\lambda) + \theta(a - 1)\lambda} > 0 \quad (12c)$$

$$z_t = \varepsilon_t(1 + b\lambda) - \theta\mu_t \quad (12d)$$

Por simplicidad se supondrá que la inflación objetivo es cero y que los shocks tienen algún grado de persistencia:

$$z_t = \rho z_{t-1} + e_t \quad (13)$$

Con $|\rho| < 1$. Las relaciones (12) y (13) son la forma reducida del modelo y son los insumos para el mecanismo de aprendizaje adaptativo que se empleará a continuación.

2.4 Formación de Expectativas en Economía Cerrada

Como se mencionó en la subsección anterior el equilibrio expectacional del modelo OA-DA de economía cerrada, puede representarse por las ecuaciones (12) y (13). Bajo el supuesto que la inflación objetivo es cero, reemplazando (13) en (12) resulta:

$$\pi_t = a_1 E_t \pi_{t+1} + a_2 \rho z_{t-1} + a_2 e_t \quad (14)$$

Esta es la ecuación a resolver conociendo cómo los individuos forman sus expectativas. A continuación se resolverá bajo el supuesto de Expectativas Racionales (RE) y luego bajo aprendizaje adaptativo (AL) el cual requiere ese resultado que se encontró bajo RE. En los últimos años ha surgido una creciente literatura sobre learning en macroeconomía, la base conceptual de esta metodología se encuentra por ejemplo en Evans and Honkapohja (2001), Evans and Honkapohja (2008a), Evans and Honkapohja (2008b), Evans and Honkapohja (2009) y Caceres-Poveda and Giannitsarou (2006).

2.4.1 Solución bajo Expectativas Racionales de la Economía Cerrada

Si los agentes tuvieran RE podrían resolver para la tasa de inflación en t por alguno de los métodos existentes en la literatura. Aquí se encontrará la solución por el método de coeficientes indeterminados. Para ello, se adelanta la ecuación

(14) un período y se aplica valor esperado en t , al hacerlo se observa que esta expectativa para la inflación de mañana basada en información hasta hoy ($E_t\pi_{t+1}$) sólo agrega la variable z_t y la expectativa de mañana de la inflación de $t+2$ ($E_t\pi_{t+2}$). Haciendo este proceso iterativamente, sólo se adiciona la variable z_t multiplicada por unos coeficientes. Por tanto, se puede conjeturar que:

$$\pi_t = \phi_1 z_{t-1} + \phi_2 e_t \quad (15)$$

Si esta conjetura es cierta, la expectativa de la inflación para $t+1$ será:

$$E_t\pi_{t+1} = \phi_1 z_t = \phi_1 \rho z_{t-1} + \phi_1 e_t \quad (16)$$

Reemplazando (16) y (15) en (14) e igualando los coeficientes del lado izquierdo con los del lado derecho que acompañan a z_{t-1} y e_t respectivamente, se tiene la solución para los coeficientes:

$$\phi_1 = \frac{a_2 \rho}{1 - a_1 \rho} \quad (17a)$$

$$\phi_2 = \frac{a_2}{1 - a_1 \rho} = \frac{\phi_1}{\rho} \quad (17b)$$

Reemplazando (17a) y (17b) en la conjetura, ecuación (15), se tiene la única solución bajo RE en economía cerrada, es decir el equilibrio bajo expectativas racionales (REE):

$$\pi_t = \frac{a_2 \rho}{1 - a_1 \rho} z_{t-1} + \frac{a_2}{1 - a_1 \rho} e_t \quad (18)$$

2.4.2 Solución bajo Aprendizaje Adaptativo de la Economía Cerrada

La ecuación (18) sería la solución para la inflación si los agentes tuvieran RE pero como este supuesto es muy restrictivo, en este paper se supondrá que los agentes tienen aprendizaje adaptativo o adaptive learning (AL). Este mecanismo procede de la siguiente forma. Primero, se forman una creencia del REE:

$$\pi_t = \phi z_{t-1} + \eta_t \quad (19)$$

Con ϕ y η_t desconocidos. La ecuación (19) es la que se conoce en la literatura de learning como la ley de movimiento percibida o PLM (perceived law of motion). Segundo, los agentes estiman ϕ por mínimos cuadrados recursivos o recursive least squares (RLS):

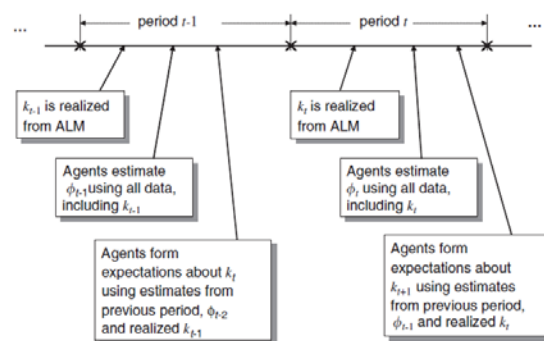
$$\pi_t = \phi_{t-1}z_{t-1} + \hat{\eta}_t \quad (20)$$

Con base en esa estimación recursiva, obtienen su expectativa de la inflación de t+1 ($E_t^*\pi_{t+1}$), donde el * indica que la expectativa no es racional sino de aprendizaje adaptativo:

$$E_t^*\pi_{t+1} = \phi_{t-1}z_t = \phi_{t-1}\rho z_{t-1} + \phi_{t-1}e_t \quad (21)$$

El supuesto que los agentes usan ϕ_{t-1} para formar expectativas acerca de la inflación de t+1, ecuación (21), está basado en la secuencia de eventos durante un período: al inicio de un período, las variables de estado corrientes son realizadas (implicadas por la ALM). Luego, ellas son usadas para actualizar las estimaciones. Finalmente, ellas son también usadas en combinación con las estimaciones de los períodos anteriores para formar expectativas acerca de las variables estado endógenas en el siguiente período. Carceles-Poveda and Giannitsarou (2006) representan la línea de tiempo del proceso de aprendizaje en el siguiente esquema:

Gráfica 1. LÍNEA DE TIEMPO DEL APRENDIZAJE ADAPTATIVO



Tomado de Carceles-Poveda and Giannitsarou (2006).

Reemplazando la expectativa, ecuación (21), en la forma reducida para la inflación, ecuación (14), se obtiene:

$$\pi_t = a_1(\phi_{t-1}\rho z_{t-1} + \phi_{t-1}e_t) + a_2\rho z_{t-1} + a_2e_t$$

Es decir:

$$\pi_t = (a_1\phi_{t-1}\rho + a_2\rho)z_{t-1} + (a_1\phi_{t-1} + a_2)e_t \quad (22)$$

Lo cual se puede representar en su forma compacta:

$$\pi_t = T(\phi_{t-1})z_{t-1} + V(\phi_{t-1})e_t \quad (23)$$

Con:

$$T(\phi_{t-1}) = a_1\phi_{t-1}\rho + a_2\rho \quad (23a)$$

$$V(\phi_{t-1}) = a_1\phi_{t-1} + a_2 \quad (23b)$$

La ecuación (22) es conocida como la ley de movimiento real o actual law of motion (AML). La pregunta central aquí es si $(a_1\phi_{t-1}\rho + a_2\rho)$ tiende a ϕ_1 a medida que pasa el tiempo. Evans y Honkapohja (2001) demuestran que esto es cierto siempre que $a_1 < 1$. Obsérvese en la ecuación (12b) que la configuración de los parámetros hace que siempre se cumpla esta condición, ya que $\beta < 1$ y $(a - 1) > 0$ por el principio de Taylor.

Para completar el algoritmo de aprendizaje, se debe especificar cómo los agentes actualizan sus estimaciones. Para ello se representa la notación de estado-espacio:

$$k_t = T(\phi_{t-1})x_{t-1} + V(\phi_{t-1})\varepsilon_t \quad (24)$$

Donde la variable estado endógena es la inflación k_t , y la exógena son los shocks x_{t-1} a la inflación. Las estimaciones los realizan los agentes por el siguiente método de RLS:

$$\phi_t = \phi_{t-1} + \frac{1}{t}R_t^{-1}x_{t-1}(k_t - x_{t-1}^T\phi_{t-1}) \quad (25a)$$

$$R_t = R_{t-1} + \frac{1}{t}(x_{t-1}x_{t-1}^T - R_{t-1}) \quad (25b)$$

3. *Modelo OA-DA de Economía Abierta*

En esta sección se presentará el modelo OA-DA de economía abierta análogo al modelo presentado en la sección anterior. Se supone una pequeña economía abierta con perfecta movilidad de capitales⁷. Lo primero que se hace es introducir al problema de las firmas la tasa de cambio y de esta manera encontrar el pass through a la inflación en la curva de Phillips⁸. Luego, se presenta la DA de economía abierta y cómo es afectada por la tasa de cambio, finalmente se presenta el equilibrio de esta economía y la forma reducida del modelo que sirve para el análisis de las expectativas bajo adaptive learning.

3.1 **Curva de Phillips de Economía Abierta**

El problema de las firmas en economía abierta es en esencia el mismo que bajo economía cerrada en Calvo (1983). Las empresas fijan sus precios y permanecen fijos hasta que reciben una señal para cambiarlos. En cada período t habrá una fracción de firmas cambiando sus precios ψ y la restante los deja fijos $1-\psi$. Su problema sigue siendo minimizar la ecuación (1). Por tanto, las CPO siguen siendo representadas por la ecuación (2) y el precio que escoge la firma se puede reescribir como una función del precio que fija la empresa que cambia el precio en t y el precio esperado si hay cambio en $t+1$, ecuación (3). Por su parte, el nivel de precios agregado depende del precio que la fracción ψ de firmas lo cambian y del precio que la fracción restante de firmas que lo dejan en p_{t-1} representado por la ecuación (4). De tal forma que se mantiene la ecuación (5).

Se supone además que el precio relativo óptimo ($p^* - p$) depende positivamente de la brecha de producto (presiones de demanda sobre los productos), de la brecha de la tasa de cambio real y de un shock a los precios (un shock de costos que cambia los precios de los insumos):

$$p_t^* = p_t + \gamma(y_t - \bar{y}_t) + \omega(q_t - \bar{q}_t) + v'_t \quad (26)$$

⁷ Por tanto, se cumplirá la ecuación de paridad de intereses reales: $r_t = r^* + q_t - \bar{q}$.

⁸ Existen dos canales mediante los cuales la tasa de cambio afecta a la inflación, ver el anexo 1 para una representación gráfica de ellos, aquí se concentró el efecto en el canal directo.

Donde $\gamma > 0$ y $\omega > 0$. Comparando las ecuaciones (6) y (26) puede interpretarse la suma del componente de brecha de tasa de cambio $\omega(q_t - \bar{q}_t)$ con el componente estocástico de economía abierta v'_t como el respectivo componente de economía cerrada v_t . Esto es, puede reinterpretarse la economía cerrada como una economía abierta donde los individuos no ven o consideran difícil de interpretar los efectos que tienen las variables internacionales sobre p_t^* , por tanto las suponen completamente aleatorias. Este análisis en un caso del problema de variables omitidas de la econometría clásica⁹ y de extracción de señales del shock en los modelos de estado espacio¹⁰.

Reemplazando (26) y (7) en (5):

$$p_t = \psi(1 - (1 - \psi)\beta)(p_t + \gamma(y_t - \bar{y}_t) + \omega(q_t - \bar{q}_t) + v'_t) + (1 - \psi)\beta \left(\frac{E_t p_{t+1}}{\psi} - \frac{1-\psi}{\psi} p_t \right) + (1 - \psi)p_{t-1}$$

Ordenando términos para $p_t - p_{t-1} = \pi_t$ y $E_t p_{t+1} - p_t = E_t \pi_{t+1}$ se tiene:

$$\pi_t = \theta(y_t - \bar{y}_t) + \beta E_t \pi_{t+1} + \delta(q_t - \bar{q}_t) + \epsilon'_t \quad (27)$$

Con:

$$\theta = \frac{\gamma\psi(1 - (1 - \psi)\beta)}{1 - \psi} > 0 \quad (27a)$$

$$\delta = \frac{\omega\psi(1 - (1 - \psi)\beta)}{1 - \psi} > 0 \quad (27b)$$

$$\epsilon'_t = \frac{\psi(1 - (1 - \psi)\beta)v'_t}{1 - \psi} \quad (27c)$$

Donde $\frac{\psi(1 - (1 - \psi)\beta)}{1 - \psi} > 0$. La ecuación (27) es la curva de Phillips Neokeynesiana de Economía Abierta. En ella se observa que mientras más cercano a 1 es ψ más

⁹ Aunque habría que reformular el coeficiente γ en (26) como γ' , ya que al introducir otra variable explicativa en el modelo tiende a cambiar su valor estimado. En este paper por simplicidad y con el fin de hacer comparables los modelos de economía cerrada y abierta se deja igual que en la ecuación (6).

¹⁰ Ver por ejemplo Harvey, A. and Koopman, S (1999) y Chatfield (2004).

vertical es la curva al nivel $y_t = \bar{y}_t$, ya que a mayor valor de ψ los precios son más flexibles. También se observa cómo la tasa de cambio traspasa a la inflación, este traspaso está medido por δ e incluye no sólo el grado de flexibilidad de precios sino el efecto que tiene la brecha de tasa de cambio sobre p_t^* .

3.2 Demanda Agregada de Economía Abierta

Se supone que la DA proviene de la siguiente curva IS lineal de economía abierta donde la tasa de cambio real q_t afecta a las exportaciones netas:

$$y_t - \bar{y}_t = A_t - \lambda(i_t - \pi_t) + \alpha q_t + \mu'_t \quad (28)$$

Aquí la brecha del producto responde a la tasa de interés real, al gasto autónomo A que incluye el gasto fiscal, a la tasa de cambio real q_t y al shock de demanda μ'_t . Comparando las ecuaciones (9) y (28) puede interpretarse la suma del componente de tasa de cambio αq_t con el componente estocástico de economía abierta μ'_t como el respectivo componente de economía cerrada μ_t . De nuevo, puede reinterpretarse la economía cerrada como una economía abierta donde los individuos no ven o consideran difícil de interpretar los efectos que tienen las variables internacionales sobre la brecha del producto, por tanto las suponen completamente aleatorias. Para encontrar la DA se supone adicionalmente que el banco central sigue la regla de Taylor, ecuación (10).

Reemplazando (10) en (28) y despejando la brecha de inflación, se obtiene la regla monetaria (RM) de economía abierta¹¹:

$$\pi_t - \bar{\pi} = -\frac{1 + b\lambda + \alpha b}{(a - 1)(\lambda - \alpha)}(y_t - \bar{y}_t) + \frac{1}{(a - 1)(\lambda - \alpha)}\mu'_t \quad (29)$$

Como lo resalta De Gregorio (2007) al analizar la economía abierta cambian las pendientes de la curva de Phillips y de la RPM: se puede mostrar que la RPM es más empinada que la de economía cerrada mientras que la respectiva curva de Phillips es más plana. Además los choques tienen un mayor impacto sobre la inflación. Por su parte, se puede mostrar que la aversión implícita a la inflación aumenta con el grado de apertura, para una misma regla de Taylor.

¹¹ Para esta representación se usó el resultado de que en el equilibrio de largo plazo $\alpha\bar{q} + A = \phi r^*$, con r^* la tasa de interés internacional.

En economía abierta la tasa de interés es más efectiva que en una economía cerrada pues no sólo afecta directamente la demanda vía inversión y consumo, sino también afecta el tipo de cambio y las exportaciones netas. Por tanto, se debe considerar el efecto de la política monetaria sobre el tipo de cambio como un mecanismo adicional de transmisión de tal política.

3.3 Equilibrio Expectacional en Economía Abierta

De la RM de economía abierta, ecuación (29), se despeja la brecha del producto y se reemplaza en la Curva de Phillips, ecuación (27), y finalmente despejando la inflación en t se obtiene:

$$\begin{aligned} \pi_t &= \frac{\delta(a-1)(1+b\lambda+b\alpha) + (\theta - \delta b)(a-1)(\lambda + \alpha)}{(1 + \delta(a-1))(1 + b\lambda + b\alpha) + (\theta - \delta b)(a-1)(\lambda + \alpha)} \bar{\pi} \\ &+ \frac{\beta(1 + b\lambda + b\alpha)}{(1 + \delta(a-1))(1 + b\lambda + b\alpha) + (\theta - \delta b)(a-1)(\lambda + \alpha)} E_t \pi_{t+1} \\ &+ \frac{\varepsilon'_t(1 + b\lambda + b\alpha) - (\theta - \delta b)\mu'_t}{(1 + \delta(a-1))(1 + b\lambda + b\alpha) + (\theta - \delta b)(a-1)(\lambda + \alpha)} \end{aligned}$$

Es decir:

$$\pi_t = a'_0 \bar{\pi} + a'_1 E_t \pi_{t+1} + a'_2 z'_t \quad (30)$$

Con:

$$a'_0 = \frac{\delta(a-1)(1+b\lambda+b\alpha) + (\theta - \delta b)(a-1)(\lambda + \alpha)}{(1 + \delta(a-1))(1 + b\lambda + b\alpha) + (\theta - \delta b)(a-1)(\lambda + \alpha)} \quad (30a)$$

$$a'_1 = \frac{\beta(1 + b\lambda + b\alpha)}{(1 + \delta(a-1))(1 + b\lambda + b\alpha) + (\theta - \delta b)(a-1)(\lambda + \alpha)} \quad (30b)$$

$$a'_2 = \frac{1}{(1 + \delta(a-1))(1 + b\lambda + b\alpha) + (\theta - \delta b)(a-1)(\lambda + \alpha)} \quad (30c)$$

$$z'_t = \varepsilon'_t(1 + b\lambda + b\alpha) - (\theta - \delta b)\mu'_t \quad (30d)$$

Como en el caso de economía cerrada, por simplicidad se supondrá que la inflación objetivo es cero y que los shocks tienen algo de persistencia:

$$z'_t = \rho' z'_{t-1} + e'_t \quad (31)$$

Con $|\rho'| < 1$. Las relaciones (30) y (31) son la forma reducida del modelo de economía abierta y son los insumos para el mecanismo de aprendizaje adaptativo que se empleará a continuación.

3.4 Formación de Expectativas en Economía Abierta

Como se mencionó en la subsección anterior el equilibrio expectacional del modelo OA-DA de economía abierta, puede representarse por las ecuaciones (30) y (31). Bajo el supuesto que la inflación objetivo es cero, si se reemplaza (31) en (30) se obtiene:

$$\pi_t = a'_1 E_t \pi_{t+1} + a'_2 \rho' z'_{t-1} + a'_2 e'_t \quad (32)$$

Esta es la ecuación a resolver conociendo cómo los individuos forman sus expectativas. De forma análoga al caso de economía cerrada, a continuación se resolverá bajo el supuesto de RE y luego bajo AL el cual requiere el mencionado resultado que se encontró bajo RE.

3.4.1 Solución bajo Expectativas Racionales de la Economía Abierta

Si los agentes tuvieran RE podrían resolver para la tasa de inflación en t por alguno de los métodos existentes en la literatura. Aquí se encontrará la solución por el método de coeficientes indeterminados. Para ello, se adelanta la ecuación (32) un período y se aplica valor esperado en t , al hacerlo se observa que esta expectativa para la inflación de mañana basada en información hasta hoy ($E_t \pi_{t+1}$) sólo agrega la variable z'_t y la expectativa de mañana de la inflación de $t+2$ ($E_t \pi_{t+2}$). Haciendo este proceso iterativamente, sólo se adiciona la variable z'_t multiplicada por unos coeficientes. Por tanto, se puede conjeturar que:

$$\pi_t = \phi'_1 z'_{t-1} + \phi'_2 e'_t \quad (33)$$

Si esta conjetura es cierta, la expectativa de la inflación para t+1 será:

$$E_t \pi_{t+1} = \phi'_1 z'_t = \phi'_1 \rho' z'_{t-1} + \phi'_1 e'_t \quad (34)$$

Reemplazando (32) y (33) en (32) e igualando los coeficientes del lado izquierdo con los del lado derecho que acompañan a z'_{t-1} y e'_t respectivamente, se tiene la solución para los coeficientes:

$$\phi'_1 = \frac{a'_2 \rho'}{1 - a'_1 \rho'} \quad (35a)$$

$$\phi'_2 = \frac{a'_2}{1 - a'_1 \rho'} = \frac{\phi'_1}{\rho'} \quad (35b)$$

Reemplazando (35a) y (35b) en la conjetura, ecuación (33), se tiene la única solución bajo RE en economía abierta, es decir el equilibrio bajo expectativas racionales (REE):

$$\pi_t = \frac{a'_2 \rho'}{1 - a'_1 \rho'} z'_{t-1} + \frac{a'_2}{1 - a'_1 \rho'} e'_t \quad (36)$$

3.4.2 Solución bajo Aprendizaje Adaptativo de la Economía Abierta

La ecuación (25) sería la solución para la inflación en economía abierta si los agentes tuvieran RE pero como este supuesto es muy restrictivo, en este paper se supondrá que los agentes tienen AL. De forma análoga al caso de economía cerrada, este mecanismo procede de la siguiente manera. Primero, se forman una creencia del REE:

$$\pi_t = \phi' z'_{t-1} + \eta'_t \quad (37)$$

Con ϕ' y η'_t desconocidos. La ecuación (37) es la PLM. Segundo, los agentes estiman ϕ' por RLS:

$$\pi_t = \phi'_{t-1} z'_{t-1} + \widehat{\eta}'_t \quad (38)$$

Con base en esa estimación recursiva, obtienen su expectativa de la inflación de t+1 ($E_t^* \pi_{t+1}$), donde el * indica que la expectativa no es racional sino de aprendizaje adaptativo:

$$E_t^* \pi_{t+1} = \phi'_{t-1} z'_t = \phi'_{t-1} \rho' z'_{t-1} + \phi'_{t-1} e'_t \quad (39)$$

Reemplazando esta expectativa en la forma reducida para la inflación, ecuación (32):

$$\pi_t = (a'_1 \phi'_{t-1} \rho' + a'_2 \rho') z'_{t-1} + (a'_1 \phi'_{t-1} + a'_2) e'_t$$

Es decir:

$$\pi_t = (a'_1 \phi'_{t-1} \rho' + a'_2 \rho') z'_{t-1} + (a'_1 \phi'_{t-1} + a'_2) e_t \quad (40)$$

Lo cual se puede representar en su forma compacta como:

$$\pi_t = T(\phi'_{t-1}) z'_{t-1} + V(\phi'_{t-1}) e'_t \quad (41)$$

Con:

$$T(\phi'_{t-1}) = a'_1 \phi'_{t-1} \rho' + a'_2 \rho' \quad (41a)$$

$$V(\phi'_{t-1}) = a'_1 \phi'_{t-1} + a'_2 \quad (41b)$$

La ecuación (40) es la AML. La pregunta central aquí es si $(a'_1 \phi'_{t-1} \rho' + a'_2 \rho')$ tiende a ϕ' a medida que pasa el tiempo. Evans y Honkapohja (2001) demuestran que esto es cierto siempre que $a'_1 < 1$. Para que cumpla esta condición, se observa de la ecuación (30b) que se requiere la siguiente la configuración de los parámetros: $\beta < 1$, $(a - 1) > 0$ por el Principio de Taylor, pero además se requiere que $(\theta - \delta b) > 0$ esto se cumple si $\gamma > b\omega$, lo cual implica que para la determinación del precio óptimo importa más la brecha del producto que la brecha de la tasa de cambio, o que la importancia de la brecha del producto sea muy pequeña en la regla de Taylor, resultado que encuentra Giraldo (2008) para la economía colombiana. De esta manera, por cualquiera de estos dos argumentos se cumple la condición de convergencia $a'_1 < 1$.

Para completar el algoritmo de aprendizaje, se debe especificar cómo los agentes actualizan sus estimaciones. Para ello se representa la notación de estado-espacio:

$$k_t = T(\phi'_{t-1})x'_{t-1} + V(\phi'_{t-1})\varepsilon'_t \quad (42)$$

Donde la variable estado endógena es la inflación k_t , y la exógena son los shocks x'_{t-1} a la inflación. Las estimaciones los realizan los agentes por el siguiente método de RLS:

$$\phi'_t = \phi'_{t-1} + \frac{1}{t}R'^{-1}_t x'_{t-1}(k_t - x'^T_{t-1}\phi'_{t-1}) \quad (43b)$$

$$R'_t = R'_{t-1} + \frac{1}{t}(x'_{t-1}x'^T_{t-1} - R'_{t-1}) \quad (43a)$$

4. *Resultados Numéricos de los Modelos OA-DA Adaptativos*

En esta sección se presentan y comparan los principales resultados para Colombia de los modelos adaptativos simulados para economía cerrada y para la abierta.

4.1 **Resultados de la Economía Cerrada**

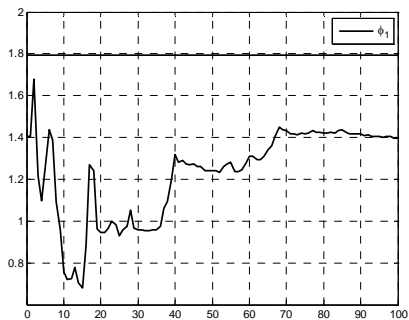
El procedimiento de aprendizaje adaptativo, ecuaciones (20) a (25) se puede realizar empleando el *Learning Toolbox* realizado por Carceles-Poveda and Giannitsarou (2006) en MATLAB. Un esquema de este procedimiento se encuentra en el anexo 2.

Existen varios mecanismos para establecer las condiciones iniciales para el proceso RLS, como lo recalcan Carceles-Poveda and Giannitsarou (2006), estas son: datos generados aleatoriamente, condiciones iniciales ad hoc y condiciones iniciales de una distribución. Las autoras recomiendan emplear el primer mecanismo cuando se ejecuta RLS y por tanto ese fue el que se empleó en la simulación, además

encuentran que para la dinámica de la inflación de la forma (14) la selección de las condiciones iniciales no afecta la trayectoria de la misma.¹².

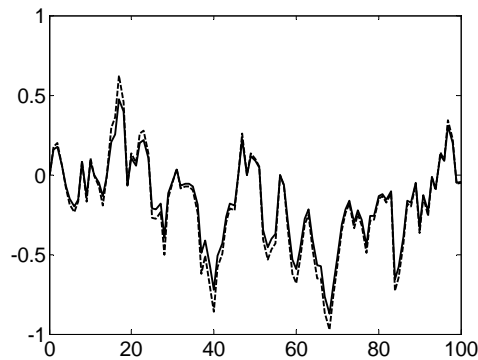
En la gráfica 2 se presenta la estimación del parámetro ϕ_t con base en los coeficientes estructurales del modelo de OA-DA de economía abierta para Colombia¹³. La principal característica es el tiempo que tarda en acercarse el parámetro al valor de expectativas racionales que resultó ser de 1.8 en este caso.

Gráfica 2. ESTIMACIÓN DEL PARÁMETRO ϕ



No obstante, la inflación estimada (línea continua) presenta un buen comportamiento con respecto a la inflación realizada (línea punteada) pese a existir algunos períodos de desajuste, gráfica 3.

Gráfica 3. ESTIMACIÓN DE k_t

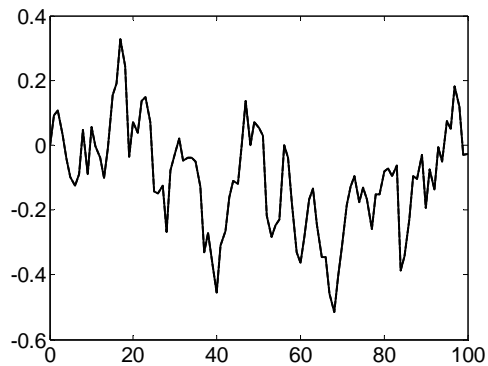


En la gráfica 4 se presenta la estimación de los shocks a la inflación, se resalta su volatilidad y como se verá en la subsección 4.2 esta es menor en economía abierta.

¹² Para una discusión detallada de los métodos de inicialización bajo RLS ver la sección 5.2 de Carceles-Poveda and Giannitsarou (2006).

¹³ En el anexo 3 se presentan los valores para estos coeficientes. Como se mencionó antes, para la calibración de los parámetros para la Regla de Taylor se empleó los estudios de Bernal (2002) y Giraldo (2008).

Gráfica 4. ESTIMACIÓN DE z_t

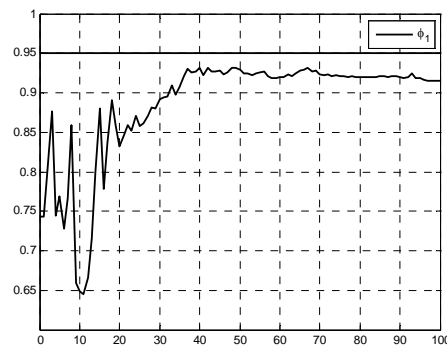


4.2 Resultados de la Economía Abierta

De forma análoga al caso de economía cerrada, se empleó el *Learning Toolbox* para el procedimiento de aprendizaje adaptativo, ecuaciones (32) a (43) de economía abierta. El mecanismo de datos generados aleatoriamente para las condiciones iniciales también fue el mismo que se empleó en el caso de economía cerrada.

En la gráfica 5 se presenta la estimación del parámetro ϕ'_t con base en los coeficientes estructurales del modelo de OA-DA de la economía colombiana¹⁴. La principal característica es que tarda mucho menos tiempo en acercarse al parámetro de expectativas racionales, que resultó ser de 0.95 en este caso, comparado con el caso de economía cerrada (gráfica 2).

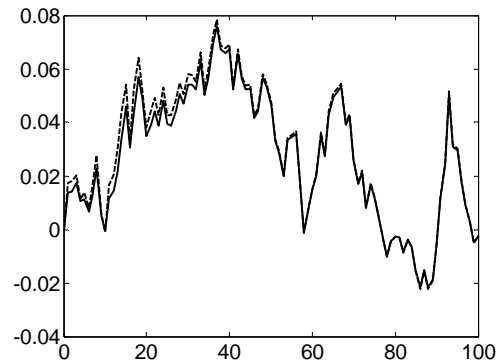
Gráfica 5. ESTIMACIÓN DEL PARÁMETRO ϕ'



¹⁴ En el anexo 3 se presentan los valores para estos coeficientes. Como se mencionó antes, para la calibración de los parámetros para la Regla de Taylor se empleó los estudios de Bernal (2002) y Giraldo (2008).

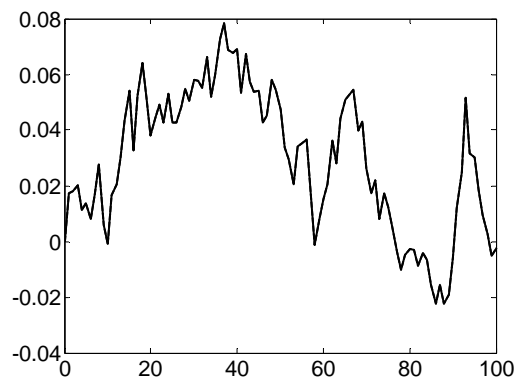
En la gráfica 6 se observa que la inflación estimada (línea continua) presenta un buen comportamiento con respecto a la inflación realizada (línea punteada) y con mucho menos períodos de desajuste comparados con la economía cerrada de la gráfica 3.

Gráfica 6. ESTIMACIÓN DE k_t



En la gráfica 7 se presenta la estimación de los shocks a la inflación, se resalta su menor volatilidad (rango entre -0.02 y 0.08) que el estimado en economía cerrada (rango entre -0.5 y 0.3) que se observa en la gráfica 4.

Gráfica 7. ESTIMACIÓN DE z'_t



5. Conclusiones y Agenda de Investigación

Para analizar las expectativas de inflación bajo aprendizaje adaptativo se empleó un modelo OA-DA dinámico que resultó de una curva IS, una regla de Taylor y una OA que resulta del problema de optimización propuesto por Calvo (1983), de tal

forma que estas tres relaciones tienen soluciones exactas lineales, no con aproximaciones, para que se pudiera ver el efecto directo de la aplicación del procedimiento numérico de adaptive learning. Se realizaron dos representaciones de este modelo: la primera de economía cerrada y la segunda de economía abierta.

Para el caso de economía cerrada el equilibrio expectacional de este modelo consta de dos ecuaciones: la primera que representa la inflación como función de su expectativa y de una perturbación z_t que está compuesta a su vez, por el shock de demanda μ_t y el de oferta ϵ_t y la segunda, que es un proceso autorregresivo para tal perturbación compuesta.

Análogamente, para el caso de economía abierta el equilibrio expectacional de este modelo consta de dos ecuaciones: la primera, que representa la inflación como función de su expectativa y de una perturbación z'_t que está compuesta a su vez, por el shock de demanda μ'_t y el de oferta ϵ'_t y la segunda, que es un proceso autorregresivo para tal perturbación.

Al analizar la economía abierta se encuentra que la regla de política monetaria es más empinada que la de economía cerrada mientras que la respectiva curva de Phillips es más plana. Además los choques tienen un mayor impacto sobre la inflación. La aversión implícita a la inflación aumenta con el grado de apertura, para una misma regla de Taylor.

Por su parte, en economía abierta la tasa de interés es más efectiva que en una economía cerrada pues no sólo afecta directamente la demanda vía inversión y consumo, sino también afecta el tipo de cambio y las exportaciones netas. Por tanto, se debe considerar el efecto de la política monetaria sobre el tipo de cambio como un mecanismo adicional de transmisión de tal política.

Los modelos teóricos adaptativos para la economía cerrada y abierta son convergentes a su valor estacionario de expectativas racionales, con base en los signos establecidos para las relaciones de OA y DA.

Los dos modelos fueron simulados empleando el learning toolbox en Matlab. Los resultados muestran que en economía abierta los agentes tardan menos tiempo en

aprender sobre el equilibrio de expectativas racionales que en el modelo de economía cerrada. Adicionalmente, los agentes aprenden con más precisión en economía abierta que en economía cerrada, ya que la serie de inflación esperada se acerca más rápido a la inflación observada y permanece más tiempo cerca a ella. También la estimación de los choques es menos volátil en economía abierta que en economía cerrada, esto implica que efectivamente los individuos logran reducir el error en su predicción de la inflación al incorporar los canales de la tasa de cambio en su modelo.

Todo esto a pesar que en economía abierta surgen nuevos canales de transmisión de la política monetaria y de los choques de tasa de cambio. Es decir, pese a que introducir la tasa de cambio en los modelos implica un análisis más complejo, les permite a los individuos mejorar su pronóstico porque la señal que reciben es más precisa cuando se introduce la tasa de cambio. En síntesis, introducir más información al modelo genera más complejidad pero a la vez más información sobre el equilibrio de expectativas racionales.

De esta forma, las expectativas de inflación colombiana basadas en aprendizaje adaptativo juegan un papel más importante en la curva de Phillips de lo que se ha estimado en la literatura. En otras palabras, el pass through de la tasa de cambio colombiana estimado con el modelo de aprendizaje adaptativo es más significativo para la inflación de lo que se ha estimado previamente. Así, este modelo de curva de Phillips con aprendizaje adaptativo y pass through permite mejorar las decisiones de política monetaria.

Como agenda de investigación quedan varios elementos. El primero, sería útil introducir la expectativa de inflación en la curva IS, también podría ser obtenida de un proceso de optimización de tal forma que la ecuación de Euler resultante sea aproximada log-linealmente.

Por su parte, se podría introducir un rezago de la inflación en la curva de Phillips (curva de Phillips híbrida) para reconocer la indexación: esto implica un modelo con múltiples equilibrios.

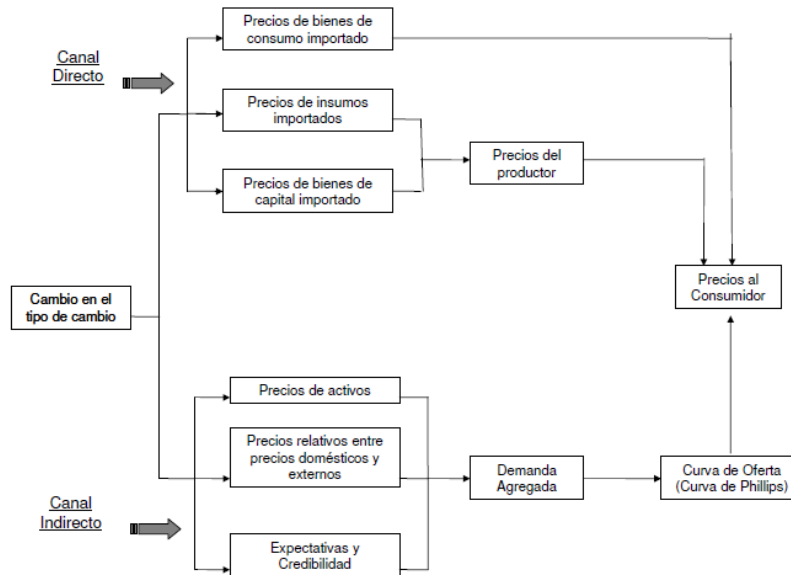
Otra alternativa es obtener un modelo donde la curva de Phillips sea obtenida con información rígida como lo propusieron Mankiw and Reis (2002). Esto con el fin de evitar las conocidas limitaciones de la curva de Phillips neokeynesiana (la inflación basada en expectativa futura).

También sería importante introducir la expectativa de la tasa de cambio al modelo de economía abierta, esto implica enfrentar modelos multivariados complejos de aprendizaje.

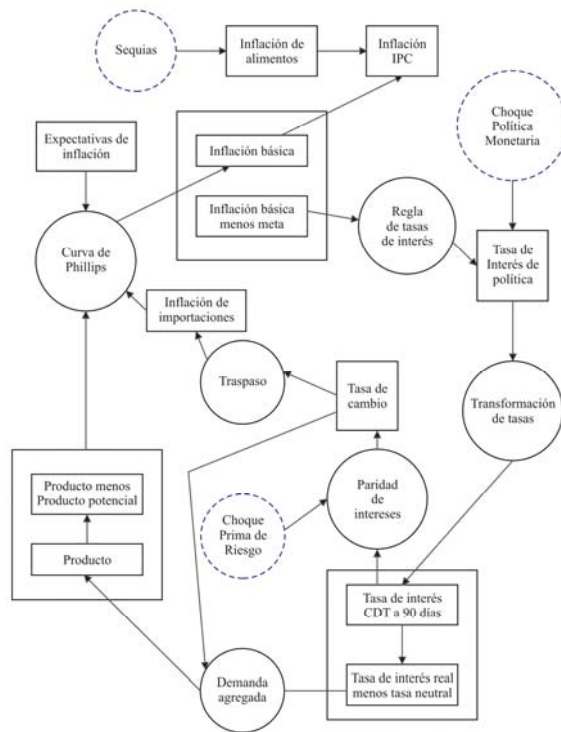
Finalmente, se puede verificar cómo se comporta el modelo de economía abierta ante las diversas alternativas para introducir el pass through, como las que proponen Rowland (2003), Rumler (2005), Razin and Yuen (2001), Galí and Monacelli (2002) y Amaya (2005).

6. Anexos

Anexo 1. Canales de Transmisión de un Choque en la Tasa de Cambio



Tomado de Parra (2008)



Tomado de Subgerencia de Estudios Económicos (2003)

Anexo 2. Learning Toolbox Procedure

Step	Description	File
1.	Get: a. Reduced form coefficients b. Steady state values c. Coefficients γ of ALM for all the variables	(example_x.nb)
2.	Main code: Declare: a. variable names b. shock parameters c. steady states and initial x d. a_1, a_2, b . Then call steps 3-5 and 7-9	(example_x.m)
3.	Find how many endogenous and exogenous states there are	(get_STATES.m)
4.	Find REE, check stationarity and E-stability	(solution.m)
5.	Define learning options: a. Default or random shock b. Number of periods c. Plot of ϕ d. Projection Facility d. Learning algorithm: RLS, SG, CG e. Initialization: RGD, AH, DIS Then call step 6	(learning.m)
6.	Do learning and get laws of motion for (k_t, z_t)	(learning_ls.m or learning_sg.m)
7.	Load γ -coefficients and get laws of motion with AL and RE	(gammasx.txt) (laws_re.m) (laws_al.m)
7.	Do plots for all variables	(do_plots.m)
8.	Get statistics for all variables	(do_statistics.m)

Tomado de Carceles-Poveda and Giannitsarou (2006)

Anexo 3. Parámetros Calibrados

β	0.96	Amaya (2005)
ψ	0.55	Bernal (2002)
ϕ	0.33	Estimado económicamente
a	1.5	Giraldo (2008)
b	0.5	Giraldo (2008)
ρ	0.95	Estimado económicamente
ω	0.045	Estimado económicamente
α	0.36	Gómez and Julio (2000)

7. Bibliografía

Amaya, P. (2005) *Evaluación de Reglas de Tasa de Interés en un Modelo de Economía Pequeña y Abierta*, Borradores de Economía # 385, Banco de la República, diciembre.

Banco de la República (2002). “Informe de la Junta Directiva al Congreso de la República”, marzo.

Basto, L. (2004) “*Costos de la Desinflación en Colombia entre 1997 y 2003: Estimación con un Modelo de Aprendizaje para el Banco Central*”. Tesis de Maestría en Ciencias Económicas, Universidad Nacional.

Bejarano (2005) *Estimación estructural y análisis de la curva de Phillips neokeynesiana para Colombia*, Revista ESPE, No. 48, Banco de la República.

Bernal, R. (2002) *Monetary Policy Rules in Colombia*, Documento CEDE 18-2002, Bogotá, Universidad de Los Andes, Centro de Estudios para el Desarrollo Económico.

Calvo, G. (1983) *Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework*, Journal of Monetary Economics, Vol. 12, No. 3, pp. 983-998.

Carceles-Poveda, E. and C. Giannitsarou (2006) *Adaptive Learning in Practice*, Journal of Economics Dynamics & Control, vol 31.

Chatfield (2004) *The Analysis of Time Series*, CRC Press, Sixth Edition.

Davig and Leeper (2005), *Generalizing The Taylor Principle*, Reserve Working Paper, The Federal Reserve Bank of Kansas City, 05-13.

De Gregorio, J. (2007) *Macroeconomía: Teorías y Políticas*. Primera edición, Pearson Educación.

Evans and Honkapohja (2008a) *Expectations, Learning and Monetary Policy: An Overview of Recent Research*, Centre for Dynamic Macroeconomic Analysis Working Paper Series 08/ 02.

Evans and Honkapohja (2008b) *Learning and Macroeconomics*, University of Oregon Economics Department Working Papers 2008-3, University of Oregon Economics Department.

Evans, G. and Honkapohja (2001) *Learning and Expectations in Macroeconomics*, Princeton University Press.

Evans, G. and Honkapohja (2009) *Learning and Macroeconomics*, Annual Review of Economics, Vol. 1.

Galí J. and T. Monacelli (2002) *Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy*, NBER Working Paper 8905.

Giraldo, A. (2008) *Aversión a la Inflación y Regla de Taylor en Colombia 1994- 2005*, Cuadernos de Economía, Universidad Nacional Vol. XXVII No. 49 - II Semestre.

Gómez, J. and J. Julio (2000) *An Estimation of the Nonlinear Phillips Curve in Colombia*, Borradores de Economía #160, Banco de la República.

González, A. H. Rincón y N. Rodríguez (2008) *La transmisión de los choques a la tasa de cambio sobre la inflación de los bienes importados en presencia de asimetrías*, Borradores de Economía, #532, Banco de la República.

Hamann, F. et al (2004) *Inflation Targeting in a Small Open Economy: The Colombian Case*, Borradores de Economía, #308, Banco de la República.

Harvey, A. and Koopman, S (1999) *Signal Extraction and the Formulation of Unobserved Components Models*, Discussion Paper 1999-44, Tilburg University, Center for Economic Research.

Mankiw, G. and R. Reis (2002) *Sticky Information Versus Sticky Prices: A Proposal to Replace the New Keynesian Phillips Curve*, Quarterly Journal of Economics, November.

Misas, M. y E. López (1999) *Un Examen Empírico de la Curva de Phillips en Colombia*, Borradores de Economía #117, Banco de la República.

Murray, Nikolsko-Rzhevskyy, and Papell D. (2008) *Inflation Persistence and the Taylor Principle*, Department of Economics, University of Houston.

Nigrinis, M. (2004) *Es Lineal la Curva de Phillips en Colombia*, Borradores de Economía #282, Banco de la República.

Parra, J. (2008) *Sensibilidad del IPC a la Tasa de Cambio en Colombia: Una Medición de Largo Plazo*, Borradores de Economía, #542, Banco de la República.

Razin A. and C. Yuen (2001) *The new “Keynesian Phillips Curve”: Closed Economy Vs Open Economy*, NBER Working Paper 8313.

Roberts, J. (1995) *New Keynesian Economics and the Phillips Curve*, Journal of Money Credit and Banking, Vol. 27, No. 4, Part 1, pp. 975-984.

Rowland (2003) *Exchange Rate Pass-Through to Domestic Prices: The Case of Colombia*. Borradores de Economía # 254, Banco de la República, agosto.

Rumler, F. (2005) *Estimates of the Open Economy New Keynesian Phillips Curve for Euro Area Countries*, Working Paper Series, No. 496.

Subgerencia de Estudios Económicos (2003) *El Modelo de Mecanismos de Transmisión*, Banco de la República, septiembre, borrador.

Taylor (1993) *Discretion vs Policy Rules in Practice*, Carnegie-Rochester Conference Series in Public Policies, Vol 39, pp 195-214.

Walsh, C. (2003) *Monetary Theory and Policy*, 2nd Edition, MIT press.