

Asimetrías en la demanda por trabajo
en Colombia: el papel del ciclo
económico

Por:
Jorge Andrés Tamayo Castaño

Núm. 689
2012

Borradores de ECONOMÍA



ta - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Colombia - Bogotá - Col

Asimetrías en la demanda por trabajo en Colombia: el papel del ciclo económico*

Jorge Andrés Tamayo Castaño.**

Resumen

Este trabajo tiene como objetivo estimar las elasticidades de demanda de empleo moderno total y no calificado, haciendo énfasis en las asimetrías presentes en las distintas fases del ciclo económico colombiano. Para tal fin, se estiman modelos MS-VAR(p) siguiendo la metodología propuesta por Krolzig (1997) y Clements y Krolzig (2003). Los resultados confirman la existencia de dichas asimetrías en las demandas por empleo moderno total y no calificado, las cuales varían dependiendo del comportamiento de la actividad agregada de la economía, a decir, crisis, recuperación y auge. Específicamente, se encuentra que tanto para el empleo moderno y el empleo moderno no calificado, las relaciones empleo-PIB y empleo-salario no calificado, se intensifican en los periodos de crisis. Así mismo, la elasticidad empleo-salario aumenta (en valor absoluto) para el trabajo no calificado en los periodos de auge.

Palabras Claves: Demanda de Trabajo, Ciclo Económico, Modelos Markov-Switching, No linealidades y Asimetrías.

Clasificación JEL: E24, E32, C32, C34.

*Los comentarios son responsabilidad del autor y no comprometen al Banco de la República ni a su Junta Directiva. Se agradece los comentarios y largas discusiones realizados con Hugo López. Igualmente, las sugerencias de Luis Eduardo Arango, Mauricio Arango, Leonardo Bonilla, Christian Posso, Francisco Lasso, Carlos Medina, Sebastian Londoño y a los participantes a los seminarios de Economía del Banco de la República en Bogotá y Medellín. También se agradece la buena asistencia de Carlos Velásquez, Jorge Eliécer Giraldo, Arlen Guarín y Edwin Torres.

**Banco de la República. Para comentarios y/o sugerencias escribir a: jtamaya@banrep.gov.co y jtamayo8@gmail.com.

1. Introducción

Las fluctuaciones del empleo y los salarios en las diferentes fases del ciclo económico han sido estudiados ampliamente por los economistas, debido a su importancia tanto para los hacedores de política como para los participantes en el mercado laboral. Largos años de estudio han mostrado que la respuesta del empleo y los salarios a los distintos choques de productividad, que en últimas afectan el comportamiento de la actividad económica agregada, son diferentes dependiendo de la fase en que se encuentra el ciclo económico.

Acemoglu y Scott (1994) mencionan tres razones económicas por las cuales pueden existir asimetrías en la forma como opera el mercado laboral a lo largo del ciclo económico: la primera se debe a que el impacto de los distintos choques que afectan a las economías (e.g. si es un choque de demanda o de oferta), depende del estado (fase) en que se encuentre el ciclo económico. Segundo, el mecanismo de propagación del choque varía según el régimen en que se encuentre el ciclo (si es auge, recesión o recuperación). Por último, y el más obvio, existen asimetrías en la forma como las economías responden con atención hacia si el choque es positivo o negativo.

Lo anterior, sugiere la importancia de emplear métodos econométricos que permitan capturar dicha información, omitida en las estimaciones con métodos tradicionales lineales. El auge reciente que ha tenido la derivación de métodos econométricos no lineales parece ser próspera e idónea en este cometido¹.

Adicionalmente, Acemoglu y Scott (1994) proveen un sólido y sutil argumento que resalta la importancia del uso de métodos no lineales en el estudio de la dinámica del mercado laboral: los períodos de auge por lo general son más largos y persistentes que los períodos de crisis; luego, los efectos de las crisis sobre las variables del mercado laboral quedan subestimados, debido a que el impacto total es un promedio ponderado de los efectos en las crisis y en los auges, tomando las ponderaciones como las probabilidades de estar en cada estado².

Para el caso colombiano la literatura de las elasticidades de las demandas de distintos tipos de trabajos es escasa³. Más aún, la mayoría (por no decir que todas) de las estimaciones se realizan con el supuesto de linealidad y simetría en las relaciones del mercado laboral y la actividad económica agregada a lo largo del

¹Hamilton (2008) proporciona un resumen de los desarrollos recientes que ha tenido esta vertiente de la literatura.

²Más adelante se muestra que este hecho estilizado también se da para el caso colombiano. De ahí la importancia de emplear técnicas que permitan capturar las relaciones del mercado laboral y el ciclo económico teniendo presente el estado de este último.

³Véase Roberts y Skoufias (1997), Posada y González (1997), Vivas, Farné y Urbano (1998), Arango y Rojas (2004), Bernal y Cárdenas (2003), y Arango, Gómez y Posada (2009). Este último ofrece una discusión más amplia sobre los diferentes resultados encontrados para Colombia. En particular, se menciona que todas las elasticidades del trabajo al salario estimadas para el caso colombiano oscilan en el rango $[-0,65, -0,2]$.

ciclo económico ⁴. El trabajo de Arango, Gómez y Posada (2009) se destaca por ser de los pocos en los que, mediante una desagregación de las series del mercado laboral y del producto interno bruto PIB en su componente cíclico y tendencial, junto con una identificación de los períodos de crisis y auge, se encuentran indicios de asimetrías en la demanda de empleo privado con respecto al PIB y a los salarios, para diferentes niveles de cualificaciones⁵.

En la literatura se encuentra gran cantidad de artículos que han señalado la importancia de las asimetrías presentes en el mercado laboral durante el ciclo económico. Particularmente, este tipo de hallazgos se encuentran en los trabajos dedicados al estudio empírico del mercado laboral por medio de sus flujos agregados y su relación con la dinámica observada de la actividad económica. Igualmente sucede con los estudios donde se ha empleado información por firma y analizan su relación con el crecimiento por trabajador de estas.

En consonancia con lo anterior, el objetivo de este trabajo es estudiar las asimetrías en la demanda por trabajo, particularmente demanda de empleo moderno total y sin educación superior en Colombia a lo largo del ciclo económico, para el período 1984-2009⁶. Para tal fin se estiman modelos de series de tiempo multivariados con cambio de régimen - MS-VAR(p) (*Markov Switching-VAR models*)-, siguiendo la metodología propuesta por Krolzig (1997) y Clements y Krolzig (2003), los cuales recogen la idea de cambio de régimen propuesta inicialmente por Hamilton (1989).

Los resultados de este artículo, además de fáciles de interpretar, resultan ser importantes para la toma de políticas económicas laborales que vayan en concordancia con el ciclo de la actividad económica, distinguiendo la fase en que se encuentre esta: crisis, recuperación o auge.

En efecto, se confirma la existencia de no linealidad y asimetrías en la demanda por empleo moderno total y no calificado, las cuales varían dependiendo de la fase del ciclo (estado) de la actividad económica agregada. Particularmente, se encuentra que tanto para el empleo moderno total como el empleo moderno no calificado las elasticidades empleo-PIB y empleo-salario no calificado se intensifican en los períodos de crisis, principalmente para el empleo

⁴Las estimaciones con cambio de régimen presentadas en este artículo son motivadas por una estimación previa de las elasticidades de demanda de trabajo por medio de una función *translog*, donde se encontraron efectos no lineales y asimétricos que inciden sobre los resultados finales, producto, principalmente, del efecto de los períodos intensos de crisis y auge experimentada por la economía colombiana en los últimos veinticinco años.

⁵Sin embargo, este hecho no se desarrolla en el trabajo. Véase Arango, Gómez y Posada (2009) para una descripción más detallada de la metodología empleada y los resultados obtenidos.

⁶El empleo moderno en este artículo está definido como la suma de: el empleo asalariado calificado y no calificado, y el empleo no asalariado calificado. Luego, el empleo moderno no calificado hace referencia al empleo asalariado no calificado. La razón por la que se emplea esta definición radica en que hace parte del complemento del núcleo del empleo informal. Para una discusión más amplia sobre el empleo moderno y su pertinencia véase López (2010 y 2011).

moderno no calificado. Por otro lado, para aquel tipo de empleo se encuentra que la elasticidad empleo-PIB es negativa en los períodos de recuperación y no es estadísticamente diferente de cero para los lapsos de auge, mientras que la elasticidad empleo-salario aumenta (en valor absoluto) en los períodos de auge con respecto a los de recuperación.

El resto de este documento se divide en cuatro secciones. La segunda expone las principales tendencias del mercado laboral urbano para el período 1984-2009, junto con los hechos básicos que motivan la importancia del presente estudio. La tercera muestra una revisión de la literatura con temas afines a los estudiados en este artículo. La cuarta ofrece los principales resultados y la quinta presenta algunas implicaciones de política junto con las conclusiones.

2. Tendencias del mercado laboral urbano: 1984-2009⁷

1,1 *Caida tendencial del empleo moderno poco educado y ascenso del más educado junto con una disparada del informal a raíz de la crisis de cambio de siglo, y ahora está subiendo adicionalmente*

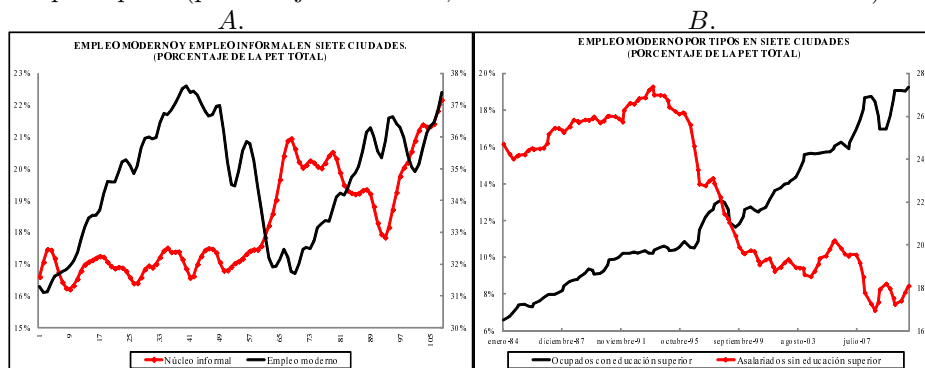
El empleo moderno urbano puede definirse como la suma del empleo asalariado con máximo educación secundaria y el empleo, asalariado o no, con algún grado de educación terciaria. En 1996 representaba casi el 68 % del empleo total en las siete ciudades principales; en 2009, apenas el 63 %.

- En 1996 los asalariados sin educación superior, es decir, los obreros y empleados privados y del gobierno con máximo secundaria completa, representaban el 70 % del empleo moderno, y los ocupados, asalariados o no, con alguna educación terciaria, el 30 %. Para 2009 esas dos cifras habían cambiado sustancialmente: 51 % y 49 %. De estos últimos (los más educados) el 32 % eran asalariados y el 17 % no asalariados.
- Las personas con estudios superiores y que no son asalariados deben incluirse en el empleo moderno, pues, con el tiempo, se ha extendido la práctica por parte de las empresas de contratar servicios profesionales con trabajadores independientes que perciben por ellos remuneraciones corrientes similares a las de sus análogos asalariados (3,3 salarios mínimos mensuales *vs.* 3,5 en las siete ciudades en 2009).

Ahora bien (Gráfico 1, panel A), para aislar el crecimiento demográfico y evitar sesgos en las estimaciones poblacionales que no están actualizadas hacia atrás para antes del 2001, cuando se calcula el empleo moderno urbano como porcentaje de la población en edad laboral, se observa un crecimiento sostenido

⁷Esta sección hace parte del trabajo en curso de Hugo López, *empleo moderno y empleo informal urbano en Colombia: dinámica de largo y corto plazo*.

Gráfico 1 Evolución del empleo urbano por tipos en las siete ciudades principales (porcentaje de la PET; datos trimestrales 1984-I a 2009-III)



Nota: encuestas de hogares (siete ciudades); datos desestacionalizados y suavizados mediante Census X-12 (componente tendencial). Como porcentaje de la PET los datos provienen directamente de las encuestas de hogares (encuestas transversales 1984-2000 y encuestas continuas 2001-2009).

Fuente: DANE; cálculos del autor.

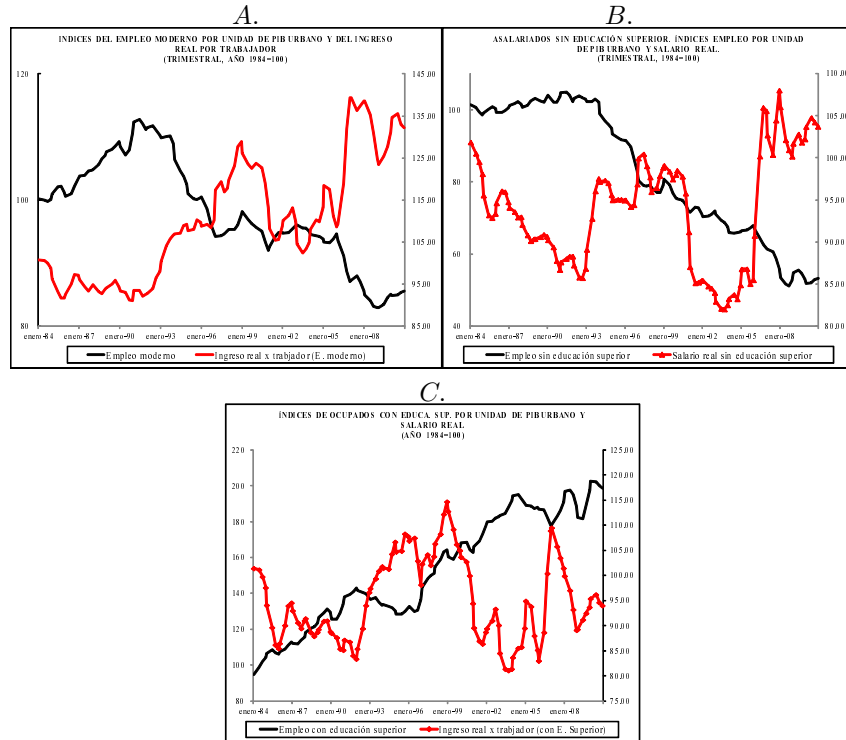
entre 1984-1994, pasando del 31,2 % al 37,8 %; después, con la crisis de la segunda mitad de los años noventa, se redujo considerablemente (32,4 % en 2001); volvió a elevarse alcanzando un pico en 2007 (36,4 %) que, sin embargo, fue inferior al de 1994. La crisis reciente lo hizo retroceder en 2008-2009 (35,2 %).

A 2009, representa el 62,6 % del empleo total en las siete ciudades principales, cifra más baja que la alcanzada en 1994 (69,2 %).

Entre 1984 y mediados de los años noventa se elevaron los dos componentes del empleo moderno; sin y con algún grado de educación superior (Gráfico 1, panel B). La caída que (frente a la población en edad laboral) se observó en 1995-2001 fue impulsada por su componente poco educado (el más educado siguió en aumento). La recuperación 2002-2007 se originó, sobre todo, en su componente con estudios superiores (el carente de ellos ayudó entre 2005-2007). La nueva caída de 2008 afectó esos dos componentes, en especial, a los asalariados poco educados. La tímida recuperación de 2009 fue impulsada también por estos últimos.

Por su parte (Gráfico 1, panel A), el núcleo del empleo informal, los no asalariados sin educación superior, es decir, con máximo bachillerato completo, no cambió de manera significativa entre 1984 y 1996 (16,9 % frente a la PET). Pero la crisis del fin de siglo lo hizo subir vertiginosamente (20,3 % en el 2001). Después de una baja temporal 2003-2007 (en buena parte fruto de la introducción de la encuesta integrada de hogares [GEIH]) volvió a elevarse en 2008-2009 con la crisis reciente (21,0 % frente a la PET. Su mayor nivel histórico). En 2009 representa el 37,4 % del empleo total en las siete ciudades principales.

Gráfico 2. Tendencias del PIB, el empleo moderno y los salarios reales entre 1984 y 2009: datos desestacionalizados y suavizados



Nota: los datos han sido desestacionalizados y suavizados mediante el método Census X12 y corresponden al componente tendencial, con base en cifras del DANE (PIB real) y de las encuestas de de hogares. PIB urbano: PIB total menos valor agregado por los sectores agropecuario y minero. Empleo moderno (datos 7 ciudades): suma del empleo asalariado sin educación terciaria y del empleo, asalariado o no, con algún grado de educación terciaria.

Fuente: DANE; cálculos del autor.

1.2. Empleo moderno por unidad de PIB urbano y salarios reales

Ahora bien (Gráfico 2, panel A), en el largo plazo el cambio técnico ha reducido el insumo de trabajo moderno por unidad de PIB urbano (empleo moderno sobre el PIB urbano, siendo este último igual al PIB total menos valor agregado por los sectores agropecuario y minero), el cual había crecido entre 1984 (índice = 100) y 1991 (113). Desde entonces, con la apertura económica se redujo hasta 1997 (94), estabilizándose luego hasta 2005. El auge 2005-2007 lo hizo caer aún más (87), nivel este que se mantendría durante la crisis reciente. Mientras tanto, los salarios medios modernos, que habían permanecido relativamente estables

hasta 1993, se elevaron considerablemente hasta 2000; se redujeron luego hasta 2004; volvieron a crecer hasta 2007 y retrocedieron con la crisis de 2008-2009.

- Por unidad de PIB urbano el empleo moderno sin educación terciaria (Gráfico 2, panel B), no cambió casi entre 1984 y 1993. Desde entonces ha bajado permanentemente; la caída fue mayor entre 1994-1999 y entre 2007-2009. Por su parte, los salarios reales por trabajador experimentaron desde 1993, después de las reformas laborales de comienzos de los años noventa, un alza extraordinaria que prosiguió hasta 2000. Después cayeron abruptamente hasta 2003/2004; antes de volver a elevarse hasta 2007. La crisis de 2008 los afectó considerablemente, pero han vuelto a elevarse en 2009.
- El empleo moderno con alguna educación superior por unidad de PIB urbano (Gráfico 2, panel C), cuyo crecimiento se había detenido temporalmente en 1993-1996, se aceleró entre 1997 y 2004, fluctuando desde entonces a un alto nivel. Sus salarios reales, que se habían disparado entre 1993 y 1999, volvieron a bajar hasta 2003 y, desde entonces, han oscilado sin tendencia definida.

1.3. *Grandes interrogantes a responder*

La reducción tendencial del empleo moderno (sobre todo del poco educado) por unidad de PIB urbano que se ha observado desde 1994, y el comportamiento de sus salarios reales (alza 1994-2000; baja 2001-2004; nueva alza 2005-2007, etc.), plantea un interrogante en cuanto a su respuesta frente al PIB urbano y a los salarios reales. Como lo veremos, los resultados econométricos sugieren las siguientes conclusiones:

- *Durante los períodos de recuperación del crecimiento* la elasticidad del empleo moderno poco educado a sus salarios reales es negativa, pero moderada, y su elasticidad frente al PIB resulta negativa y elevada, lo que explica que, en esas épocas, se acentuó la reducción tendencial de ese empleo por unidad de PIB urbano.
- *Los períodos de auge económico* presentan una elasticidad empleo-salarios negativa, pero moderada, lo que explica que ambos, tanto el empleo como los salarios reales, puedan elevarse concomitantemente. Por su parte, la elasticidad empleo-PIB resulta positiva, pero también moderada, lo que explica que, a pesar de que el PIB se eleve el empleo suba menos y caiga por unidad de PIB.
- Por último, *durante las crisis* la elasticidad empleo-PIB sigue siendo positiva y moderada, pero la elasticidad empleo-salarios (que es negativa) se eleva considerablemente, dando cuenta de la caída brusca del empleo que se produce en estas épocas.

Estas tendencias valen *grosso modo* para el empleo moderno como un todo (el agregado del no calificado y del calificado). Aunque el empleo moderno con algún grado de estudios superiores resulta altamente sustituto del empleo moderno poco educado tanto en el largo plazo (Gráfico 1, panel B) como en el corto plazo el examen de sus elasticidades al PIB y los salarios debe ser objeto de un estudio aparte.

3. Revisión de la literatura

En esta sección se mencionan algunos estudios tanto teóricos como empíricos (macro y micro) que han examinado la dinámica del mercado laboral en las distintas fases del ciclo económico, tema afín con el objetivo del presente artículo.

A pesar de las diferencias metodológicas de los trabajos analizados con la implementada en este artículo, se encuentra que, en general, las implicaciones y predicciones de estos proveen información sobre el problema de las no linealidades y asimetrías presentes en el mercado laboral a lo largo del ciclo económico.

3.1. Revisión de principales modelos teóricos

Una gran variedad de modelos teóricos han surgido con el fin de dar interpretación al comportamiento del mercado laboral en las distintas fases del ciclo económico. Específicamente, los estudios teóricos se han centrado en explicar la dinámica de los flujos dentro del mercado laboral. Gran parte de esta literatura se ha basado en los modelos de búsqueda (*search models*) y de “emparejamiento” (*matching*) debido a la flexibilidad que ofrece su modelación. En general, estos modelos postulan una economía sujeta a choques idiosincrásicos y agregados que inciden sobre la productividad de los trabajadores (y, por tanto, sobre el emparejamiento empleador-trabajador), generando incentivos a la creación y destrucción de empleo, y en consecuencia variaciones en la “rentabilidad” entre los distintos puestos de trabajos.

Una de las estructuras que ha sido usada extensivamente, es la propuesta por Mortensen y Pissarides (1994), la cual se asemeja a la descrita en el párrafo anterior. A partir de este modelo se han desarrollado distintas vertientes influenciadas por los resultados empíricos tanto por firma como a nivel macro⁸.

⁸Véase Mortensen y Pissarides (1999), Cole y Rogerson (1999) y Den Haan *et al.* (2000). Recientemente, la literatura se ha enfocado en realizar modificaciones sutiles al modelo original de Mortensen y Pissarides (1994) con el fin de acercarse a los factores observados del mercado laboral a lo largo del ciclo económico. Algunas de éstas han introducido rigideces salariales (Shimer, 2005a; Hall, 2005a) y costos de ajuste laboral (Tasci, 2007; Cooper *et al.* 2007).

Entre las principales predicciones que se obtienen en el modelo propuesto por Mortensen y Pissarides (1994) están: primero, cambios en las condiciones agregadas afectan las decisiones de las firmas de crear nuevos empleos o cerrar los existentes, en consecuencia, la asignación del empleo puede variar a lo largo del ciclo económico. Segundo, se encuentra que a mayores niveles de productividad laboral, la probabilidad de que una persona desempleada encuentre empleo aumenta, mientras que la probabilidad de que haya destrucción de empleo disminuye. Por tanto, dado el carácter procíclico que presenta la productividad, se esperaría un comportamiento procíclico y otro contracíclico en las probabilidades de entrada y salida del empleo, respectivamente. Por último, el análisis de la dinámica de la creación y destrucción de empleo, en el escenario en que se sabe que la productividad laboral cambia aleatoriamente, muestra que anticipaciones a variaciones cíclicas reducen las fluctuaciones en la creación de empleo.

Otra aproximación distinta, aunque no es enfocada en el mercado laboral, se encuentra en Acemoglu y Scott (1997), quienes, proponen un modelo microeconómico donde las firmas presentan retornos intertemporales crecientes; así, firmas que en el pasado habían realizado inversiones en nuevas tecnologías y mantenimiento, encuentran un mayor beneficio sobre las actividades (inversiones) en el período presente. Su modelo parte de dos hechos empíricos: primero, la evidencia microeconómica muestra una alta persistencia en el proceso de inversión de las firmas y, segundo, la evidencia encontrada por las ciencias administrativas y la teoría organizacional indica que muchas decisiones “cualitativas” (inversión en nuevas tecnologías, etc.) presentan retornos crecientes a escala.

Partiendo de estos dos hechos se propone un modelo donde las firmas deciden cada período si invierten en nuevas tecnologías y/o mantenimiento de la ya existente. El mantenimiento tiene dos efectos: incrementa la productividad de la tecnología existente y reduce el costo de adopción de nuevas tecnologías. Acemoglu y Scott (1997) muestran que la interacción de estos dos elementos lleva a retornos intertemporales crecientes; los costos de inversión son menores en el período presente cuando las firmas han invertido en el pasado en mantenimiento, haciendo más rentable la inversión.

Lo interesante de este modelo es que, a partir de la caracterización microeconómica descrita, es posible derivar el comportamiento de las fluctuaciones agregadas y sus determinantes principales. Algunas de las conclusiones a las que se llega con esta aproximación son: primero, la estructura de retornos intertemporales crecientes implica un comportamiento de las fluctuaciones agregadas que presenta una alta persistencia, cambios de pendiente en el componente cíclico “afilados” (abruptos) y asimetrías significativas. Más aún, cuando se introduce la posibilidad de agentes heterogéneos en el modelo, se hace más importante la no linealidad, las asimetrías y el afilamiento de los cambios de tendencia presentes en el comportamiento de la actividad agregada. Segundo, en términos generales el modelo propuesto, según Acemoglu y Scott (1997), provee un buen

ajuste al comportamiento del ciclo económico de los Estados Unidos; captura las asimetrías pronunciadas y cambios abruptos en la tendencia, los cuales no son capturados por los modelos lineales tradicionales. Por último, se resalta que, a pesar de que la evidencia sugiere cambios abruptos (“afilados”) en tendencia, los ciclos económicos presentan un comportamiento más “suavizado” a lo sugerido por un modelo con cambio de régimen.

3.2. Resultados empíricos

La abundancia de modelos teóricos que pretenden explicar la dinámica del mercado laboral a lo largo del ciclo económico, ha motivado el surgimiento de una vasta literatura enfocada en validar empíricamente la concordancia entre las predicciones de estos modelos y los hechos estilizados observados⁹.

La literatura empírica ha encontrado asimetrías y no linealidades presentes entre las principales variables observadas del mercado laboral y la actividad económica agregada, empleando tanto datos agregados, flujos de entrada y salida del mercado laboral, como por firma. Aquí se mencionan algunos de ellos con el fin de ilustrar la importancia que ha tenido este tema y extraer algunas hipótesis para evaluar, empleando una metodología distinta.

En el trabajo de Davis, Faberman y Haltiwanger (2006) se puede encontrar un “resumen” de los principales resultados hallados por la literatura tanto en el nivel micro como en el macro¹⁰. Entre sus resultados se encuentra que la relación entre los flujos de trabajos y trabajadores, aunque compleja y no lineal, es bastante estable durante el ciclo económico. Es decir, las tasas de contratación, separación del puesto de trabajo y despido, condicionadas al crecimiento del número de empleados por firma (crecimiento de la firma), permanecen estables durante las fases del ciclo económico. Esto es, el ciclo genera cambios en la distribución de las tasas de crecimiento de las firmas (por número de empleados); por ejemplo, en períodos de recesión en promedio hay más firmas decreciendo. Sin embargo, para un nivel dado de crecimiento la relación entre flujos de

⁹Cole y Rogerson (1999) señalan cuatro hechos estilizados del mercado laboral estadounidense, que deben validarse en los distintos modelos teóricos, estos son: primero, la creación y destrucción de empleo es cuatro y seis veces más volátil que el empleo, respectivamente; segundo, la persistencia del empleo es aproximadamente el doble de la persistencia de la creación y destrucción de empleo (aunque estas dos últimas exhiben patrones elevados de autocorrelación); tercero, la creación y destrucción de empleo tienen una correlación alta y negativa (la destrucción aparentemente tiene una correlación débil y negativa con el empleo, mientras que para el caso de la creación no se da tal correlación); por último, la destrucción de empleo está positivamente correlacionada con el empleo rezagado y negativamente con el empleo futuro.

¹⁰Para un análisis de los flujos agregados de empleo y trabajo véase Abowd y Zellner (1985), Blanchard y Diamond (1989 y 1990), Davis y Haltiwanger (1992), Fallick y Fleischman (2004) y Yashiv (2006a,b).

trabajadores y trabajos es estable¹¹. Adicionalmente, se encuentra evidencia de correspondencia entre el comportamiento en el nivel micro y la dinámica observada en el nivel agregado del mercado laboral. Específicamente, se muestra cómo la dinámica de las variables en el nivel micro interactúa con los cambios en el tiempo en la distribución seccional de las tasas de crecimiento de los establecimientos, para producir patrones cíclicos recurrentes en los flujos agregados del mercado laboral¹².

Un aspecto interesante que se encuentra en este trabajo es que, tanto en el nivel micro como en el macro, se halla evidencia de asimetrías en la creación y destrucción de empleo, observada principalmente en los auges y recesiones de las empresas (por número de empleados) y en el nivel agregado, respectivamente.

La evidencia micro revela, en particular, que las separaciones y contrataciones son funciones no lineales del crecimiento del establecimiento, con cambios pronunciados dependiendo de si la tasa de crecimiento es positiva, negativa o cero. Más aún, la tasa de separación aumenta de forma más pronunciada en las zonas de crecimiento positivo de los establecimientos (zona donde menos se incrementa), que la tasa de contratación en las zonas de decrecimiento¹³.

Recientemente, Shimer (2005b y 2007) ha popularizado la hipótesis de *job-hiring*, la cual resalta el papel de la “probabilidad de encontrar empleo” como determinante de las fluctuaciones del desempleo. Esto sugiere el estudio de las fluctuaciones de la tasa de transición de desempleado a empleado, dejando de lado el énfasis clásico de “separación”, el cual asocia las crisis con grandes salidas del empleo al desempleo^{14,15}.

Fujita y Ramey (2006) muestran que cuando se corrige por observaciones omitidas, error de agregación e identificación de los componentes cíclicos, los flujos totales de pérdida y la probabilidad de pérdida de empleo resultan altamente contracíclicos y adelantados al ciclo, mientras que los flujos de contratación y

¹¹Para un mayor detalle sobre esta idea véase las figuras 6, 7 y 8 del trabajo de Davis *et al.* (2006).

¹²Dos terceras partes del total de la creación y destrucción de empleo ocurren en establecimientos con un decrecimiento/crecimiento mayor al 10 %

¹³Estos resultados van en la misma línea de lo encontrado por Caballero (1992) y Davis y Haltiwanger (1992). En Davis y Haltiwanger (1999) se estudian los efectos que tienen los choques de la actividad agregada y los de distribución sobre la intensidad de la reasignación del empleo y los flujos del empleo en general. Adicional a los resultados que tradicionalmente ha encontrado la literatura (choques negativos de la actividad agregada reduce la creación de empleo y aumenta la destrucción de empleo) encuentran que, los choques de distribución (entendidos como los eventos que alteran la cercanía del emparejamiento entre la distribución de empleo y capital observada y deseada) son el principal determinante de la reasignación del empleo; sin embargo, su contribución a las fluctuaciones del empleo son indeterminadas y dependientes de la especificación formulada.

¹⁴Shimer (2005b,2007) y Hall (2005b,c) encuentran similares resultados, resaltando el patrón acíclico de la probabilidad de separación del empleo

¹⁵Fujita y Ramey (2006 y 2007) resaltan varios errores presentes en los cálculos de Shimer (2007), los cuáles generan dichos resultados

su probabilidad van rezagados al mismo, de forma contracíclica y procíclica, respectivamente¹⁶.

Más aún, cuando se analizan los flujos empleo–desempleo y viceversa, los flujos de pérdida y de contratación de empleo muestran un incremento sustancial durante los últimos cuatro períodos de crisis en los Estados Unidos. Cuando se consideran todos los in-flujos y salidas del mercado laboral (es decir, teniendo en cuenta la población económicamente inactiva), las volatilidades de la pérdida de empleo y contratación se reducen, siendo ambas muy similares^{17,18}.

Una vez caracterizada la relación existente entre el ciclo económico y la dinámica del mercado laboral, surge un interrogante: en los últimos años, un tema que ha venido cobrando relevancia en la literatura ha sido la disminución en la volatilidad de la actividad económica agregada observada recientemente¹⁹; sin embargo, hasta ahora no se ha investigado la relación que pueda tener esta disminución en la volatilidad con las asimetrías registradas en el mercado laboral en los períodos de auge y crisis.

Una aproximación reciente se presenta en Davis *et al.* (2010), quienes muestran que la caída en la variabilidad del ciclo económico y de la destrucción de empleo han cumplido un papel central en la caída de los flujos y la tasa de desempleo; así mismo, la sensibilidad de estos con respecto al ciclo experimentada en los Estados Unidos en los últimos años²⁰.

Tal vez el trabajo que más se asimile en términos metodológicos a este, es el de Acemoglu y Scott (1994), en el cual se investiga la importancia de la no-linealidad presente en las relaciones del mercado laboral, y su asociación con los cambios en el modo de operar de este a lo largo del ciclo económico. Específicamente, se estudia si los procesos estocásticos del empleo, desempleo, salario real y la razón desempleo–vacantes presentan asimetrías cíclicas, usando modelos univariados autorregresivos con cambio de régimen.

En dicho trabajo se encuentra fuerte evidencia para aceptar la hipótesis de no-linealidad presente en el mercado laboral del Reino Unido. Más aún, Acemoglu y Scott (1994) encuentran que estas no-linealidades pueden modelarse de forma satisfactoria como asimetrías cíclicas, debido a su conexión con el ciclo

¹⁶Similares resultados se encuentran en Fujita y Ramey (2009), inclusive cuando se emplea la productividad como variable de referencia del ciclo económico.

¹⁷Este resultado contrasta con el de Blanchard y Diamond (1990), quienes encuentran que ante un choque negativo en la actividad agregada, se presenta una respuesta significativa en los flujos de empleo–desempleo, pero débil por parte de desempleo–empleo.

¹⁸Durante estos períodos la probabilidad de pérdida de empleo aumenta sustancialmente, mientras que la de encontrar empleo permanece estable, evidenciándose las asimetrías presentes en el mercado laboral.

¹⁹Véase Kim y Nelson (1999), Stock y Watson (2002), Davis y Kahn (2008) para el caso de los Estados Unidos, entre otros.

²⁰Para una hipótesis anterior y similar véase Faberman (2008).

económico. En el caso del empleo encuentran que la media incondicional de su tasa de crecimiento es de 1%, aproximadamente, en los períodos de auge, mientras que en los de crisis la media incondicional es de -4,4%. Esto evidencia el comportamiento asimétrico del empleo, observado en los períodos de auge y crisis. Similar resultado se encuentra para el caso del desempleo, pero en sentido inverso. Estos resultados se asemejan a los encontrados en el presente artículo.

En conclusión, la literatura sugiere de forma indirecta y directa la importancia de estudiar las asimetrías del mercado laboral presentes a lo largo del ciclo económico. Así mismo, sugiere que la dinámica del mercado laboral y su relación con la actividad económica agregada es distinta en los períodos de expansión y contracción, tema central de este artículo.

4. Resultados

En esta sección se presentan los principales resultados encontrados en este estudio, a partir de la estimación de un modelo $MS(M)-VAR(p)$ (*Markov Switching-VAR Models*; o modelos multivariados con cambio de régimen), para la demanda de empleo moderno total y sin educación superior. Para esto, se emplea la estrategia de especificación *bottom-up* sugerida por Krolzig (1997, p. 72), con el fin de seleccionar la caracterización más adecuada del modelo $MS(M) - VAR(p)$. Esencialmente, este procedimiento consiste en comenzar con una versión simple de este tipo de modelos, restringiendo la régimen dependencia en un número reducido de parámetros (como el intercepto o la media) y contrastar este modelo con alternativas más generales. En el Anexo 2 se presenta una descripción de la metodología y el proceso de estimación empleado.

Para tal fin, se comienza con una breve descripción (estadísticas descriptivas) de las series empleadas, así como un análisis univariado de cada una ellas. Posteriormente, se procede con la estimación multivariada lineal ($VAR(p)$) para los distintos modelos propuestos, con el objetivo de obtener el número de rezagos óptimo.

Se continúa con una estimación preliminar del modelo multivariado con cambio de régimen en el término del intercepto $MSI - VAR(p)$ (*Markov-switching intercept term*), y se prueba la régimen-dependencia de la matriz de varianza-covarianza ($\Sigma(s_t)$) y de los parámetros autorregresivos ($A_j(s_t)$)²¹. Igualmente,

²¹En caso de que se pruebe la régimen-dependencia de la matriz de varianza-covarianza ($\Sigma(s_t)$), se estima un modelo $MSIH$ (*Markov-switching intercept heteroskedasticity*) en el cual se supone un intercepto y una matriz de varianza-covarianza para cada régimen. Igualmente, si se acepta la régimen-dependencia de los parámetros autorregresivos ($A_j(s_t)$) se estima un modelo $MSIAH$ (*Markov-switching intercept, autoregressive parameters and heteroskedasticity*), donde se supone que los parámetros autorregresivos, el intercepto y la matriz de varianza-covarianza cambian para cada régimen.

se comprueba la existencia de asimetrías de “profundidad” y “afilamiento”²².

Por último, en caso de que se compruebe la régimen-dependencia de la matriz de varianza-covarianza y de los parámetros autorregresivos, se lleva a cabo la estrategia *Top-down* sugerida por Krolzig (1997, p. 72) para validar el orden autorregresivo de los parámetros con esta última especificación, y se prueba la asimetría y no linealidad del modelo con su contraparte lineal²³.

La metodología empleada en este trabajo tiene un número de ventajas importantes y conocidas en el análisis de los ciclos económicos (e.j. Raj, 2002; McAdam, 2007). Primero, este enfoque captura las características no lineales inherentes de los ciclos económicos y del mercado laboral (e.j. las contracciones duran menos que las expansiones). Segundo, los modelos *MS* permiten probar la existencia de distintos tipos de asimetrías presentes en la dinámica del mercado laboral mencionados (e.j. las crisis son más profundas que los auges). Tercero, usando las probabilidades asociadas con cada régimen es posible inferir las regularidades del ciclo (fases de auge, recuperación y crisis) del mercado laboral y la actividad agregada de una economía.

4.1. Análisis univariado de las series

En este artículo se emplea información del mercado laboral colombiano para las siete principales ciudades proveniente de la encuesta continua de hogares (ECH) y de la gran encuesta integrada de hogares (GEIH), ambas provistas por el DANE. Específicamente, se analiza la dinámica entre la tasa del empleo moderno formal total (TEM) y la tasa de empleo moderno no calificado (TEMN) y su relación con el salario moderno no calificado (SMN) y el PIB por población en edad de trabajar (PIBP). Como se mencionó, el empleo moderno formal total se define como el empleo asalariado calificado y no calificado, más el empleo no asalariado calificado. Por otro lado, el empleo moderno no calificado se define como el empleo asalariado no calificado. Sus respectivas tasas corresponden a la división de cada una de estas por la población en edad de trabajar (PET). La información de los salarios modernos no calificados también es extraída de la ECH y de la GEIH, mientras que la información del PIB por PET para las siete principales ciudades proviene de Valderrama (1997) y del DANE²⁴. El período

²²Más adelante se da una breve explicación sobre este tipo de asimetrías.

²³La estrategia *Top down* consiste en comenzar con un modelo MS-VAR con n rezagos, y probar su contraparte con $n - 1$, por medio de la prueba *LR*, y de esta forma determinar el número óptimo de rezagos.

²⁴Para la construcción del PIB para las siete principales ciudades se toma el PIB trimestralizado por ramas de actividad económica publicado por Valderrama (1997), y se excluyen los sectores agropecuario y minas y canteras dentro de la suma total, para el período 1984-1994 (estos datos están basados en cuentas nacionales base 1976). Para el período 1994-2009:III, se toma el PIB por ramas de actividad económica desestacionalizado y, al igual que en el caso anterior, se excluyen los sectores agropecuario y minas y canteras dentro de la suma total del PIB. Para el cálculo de este último es necesario realizar el empalme entre los datos de cuentas nacionales base 1994 y cuentas nacionales base 2000. Finalmente, teniendo el año 1994 común entre ambas bases de datos (tanto en Valderrama, 1997 como en cuentas nacionales base 2000

analizado en este estudio abarca desde el primer trimestre de 1984 hasta el tercer trimestre del 2009, con una frecuencia trimestral.

Los cuadros 1 y 2 presentan algunas estadísticas descriptivas, a saber: media y desviación estándar de las series para todo el período de estudio y para distintos subperíodos de la muestra, respectivamente. El cuadro 1, panel A, muestra dichas estadísticas para las series en niveles, mientras que la parte B presenta la media y desviación estándar de las diferencias anuales de las series empleadas. De estos dos cuadros se destaca lo siguiente: la tasa de empleo moderno promedio para el período completo fue de 34,85 %, en tanto que la tasa de empleo moderno no calificado fue de 22,60 %. Sin embargo, el promedio de las variaciones anuales de la tasa de empleo moderno fue de 0.49 % mientras que dicho promedio para la tasa del empleo moderno no calificado fue de -1,23 %, reflejando dinámicas opuestas para ambas series. Por otro lado, se aprecia que el promedio de las variaciones anuales del salario real del empleo moderno no calificado fue cercano a cero, mientras que en el caso del PIBP fue cercano al 1 %. En términos generales se observa que el empleo moderno no calificado perdió participación en los últimos 25 años, en tanto que el moderado desempeño del PIBP durante este período estuvo acompañado por una mayor demanda por empleo moderno calificado.

Así mismo, el cuadro 2 muestra las estadísticas mencionadas, pero solo para las variaciones anuales de las series: se observan los efectos que han traído las dos crisis de los últimos años sobre el empleo moderno no calificado y total, los salarios y el PIBP. Un aspecto interesante de estos períodos de crisis es que, por lo general, van acompañados de un incremento de la volatilidad de las respectivas series.

Cuadro 1

A. Estadísticas descriptivas			B. Estadísticas descriptivas		
Variables: TEM, TEMN, SMN, PIBP			Variables: TEM($\Delta\%$), TEMN($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)		
Variable	Estadístico	Valor	Variable	Estadístico	Valor
TEM	Media	0,34857	TEM	Media	0,00495
	Desviación estándar	0,01871		TEM	Desviación estándar
TEMN	Media	0,22607	TEMN		Media
	Desviación estándar	0,03397		TEMN	Desviación estándar
SMN	Media	639141,3	SMN		Media
	Desviación estándar	42127,7		SMN	Desviación estándar
PIBP	Media	3,94452	PIBP		Media
	Desviación estándar	0,36746		PIBP	Desviación estándar

Fuente: DANE; cálculos del autor.

empalmadas desde 1994-2009), se realiza el empalme de tal forma que la serie final sea base 2000.

Cuadro 2

Estadísticas descriptivas

Variables: TEM($\Delta\%$), TEMN($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

Variable	Período	Estadístico	Valor	Variable	Período	Estadístico	Valor
TEM	1985:I-1986:III	Media	0,002787	PIBP	1985:I-1986:III	Media	0,013351
		Desviación estándar	0,012315			Desviación estándar	0,014119
	1986:IV-1991:III	Media	0,014603		1986:IV-1991:III	Media	0,026189
		Desviación estándar	0,023881			Desviación estándar	0,013382
	1991:IV-1994:III	Media	0,013017		1991:IV-1994:III	Media	0,014206
		Desviación estándar	0,028245			Desviación estándar	0,009841
	1994:IV-2001:II	Media	-0,051930		1994:IV-2001:II	Media	-0,025761
		Desviación estándar	0,044488			Desviación estándar	0,038624
	2001:III-2004:I	Media	-0,007776		2001:III-2004:I	Media	0,025422
		Desviación estándar	0,023502			Desviación estándar	0,008661
	2004:II-2008:I	Media	-0,000242		2004:II-2008:I	Media	0,017242
		Desviación estándar	0,049643			Desviación estándar	0,028335
2008:II-2009:III	Media	-0,049926	2008:II-2009:III	Media	-0,033086		
	Desviación estándar	0,082495		Desviación estándar	0,009506		
SMN	1985:I-1986:III	Media	0,006461	TEMN	1985:I-1986:III	Media	-0,028235
		Desviación estándar	0,015325			Desviación estándar	0,056217
	1986:IV-1991:III	Media	0,004130		1986:IV-1991:III	Media	-0,015904
		Desviación estándar	0,015637			Desviación estándar	0,021148
	1991:IV-1994:III	Media	0,037356		1991:IV-1994:III	Media	0,037238
		Desviación estándar	0,016244			Desviación estándar	0,053679
	1994:IV-2001:II	Media	-0,010111		1994:IV-2001:II	Media	-0,011392
		Desviación estándar	0,045762			Desviación estándar	0,051127
	2001:III-2004:I	Media	0,017554		2001:III-2004:I	Media	-0,036994
		Desviación estándar	0,018013			Desviación estándar	0,022274
	2004:II-2008:I	Media	0,046600		2004:II-2008:I	Media	0,051989
		Desviación estándar	0,013415			Desviación estándar	0,054792
2008:II-2009:III	Media	-0,013746	2008:II-2009:III	Media	0,002906		
	Desviación estándar	0,024851		Desviación estándar	0,061177		

Fuente: DANE; cálculos del autor.

Debido a la endogeneidad presente entre las variables del mercado laboral (empleo y salarios) y el PIB por PET, la estimación por métodos multivariados de series de tiempo es idónea en estos casos²⁵.

Antes de comenzar con el análisis multivariado tanto lineal como no lineal, es pertinente determinar el orden de integración de las series empleadas. El cuadro A.1.1 del Anexo 1 presenta las estimaciones de las pruebas de raíz unitaria propuestas por Ng y Perron (2001), Elliot, Rothemberg y Stock (1996) y Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992)²⁶.

En general, se puede apreciar que la TEM resulta ser en la mayoría de los

²⁵Para una discusión mas amplia sobre este tema véase Sims(1980).

²⁶En las dos primeras pruebas se emplea el criterio de información modificado de Akaike propuesto por Ng y Perron (2001) para determinar el número de rezagos. En la prueba de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (1992) se emplea el criterio de selección automática de rezagos a la Newey-West (1994), propuesto por Hobijn, Franses y Ooms (2004). Véase Ng y Perron (2001) para una discusión completa sobre los principales problemas en la construcción de las pruebas convencionales de raíz unitaria. Betancourt, Misas y Bonilla (2008) tienen una discusión resumida, pero completa al respecto.

casos estacionaria, mientras que el PIBP y la TEMN resultan ser no estacionarias. Por su parte, el SMN resulta en algunos casos estacionario y en otros no estacionario. Sin embargo, se debe tener presente que, a pesar de contar con un buen número de datos, no se cuenta con un período (número de años) largo; entonces, se debe ser cauto a la hora de interpretar estos resultados. Sin embargo, la evidencia internacional con respecto a las series empleadas en este trabajo es mixta, y en la mayoría de los casos se concluye que son $I(1)$ (e.j. Enders y Lee, 2006; Becker *et al.*, 2006; Pascalau, 2010). Para el caso colombiano algunos trabajos que han empleado series más largas llegan a la misma conclusión para el caso del PIB per cápita y los salarios reales (e.j. Mejía *et al.*, 2008).

Debido a lo anterior, en este trabajo se emplean las variaciones anuales de las series, las cuales resultan ser estacionarias en todos los casos, como se evidencia en el cuadro A.1.2 del Anexo 1. Se debe aclarar que en este trabajo no se explora la posibilidad de cointegración entre las series por dos razones: primero, el mercado laboral colombiano ha experimentado grandes cambios en los últimos 25 años, tanto en los aspectos legales (leyes 50 de 1990, 100 de 1993 y 789 de 2002) como en la composición de este (e.j. proporción entre trabajadores calificados y no calificados)²⁷. Estos hechos implicarían la no existencia de relaciones de cointegración de largo plazo. Segundo, dado que la evidencia es mixta en cuanto al orden de integración de las series, afirmar la existencia de relaciones de cointegración implicaría corroborar la no estacionariedad de cada una de las series empleadas, lo cual, como se mencionó, dada la muestra empleada es engorroso.

4.2. Análisis del modelo *VAR* lineal

Continuando con la estrategia de especificación *Bottom-up*, se presenta la estimación lineal multivariada ($VAR(P)$) de las dos relaciones que se quieren estudiar: la primera compuesta por la tasa de empleo moderno, el salario moderno no calificado y PIB por PET (PIBP), y la segunda, entre la tasa de empleo moderno no calificado, el salario moderno no calificado y el PIBP^{28,29}.

Se incluye el salario moderno no calificado en la primera de estas relaciones debido a que, cuando se estima con el salario moderno promedio o el salario calificado, económicamente no se encuentran estimaciones congruentes y ro-

²⁷Un análisis más detallado sobre el posible impacto que pudieron haber generado los cambios en la legislación sobre el mercado laboral se encuentra en Sánchez *et al.* (2009), Santa María *et al.* (2009) y Tamayo (2008). Por otro lado, López (2010) ofrece un análisis descriptivo muy completo sobre los principales cambios que ha tenido el mercado laboral colombiano en los últimos 25 años. Igualmente véase Arango *et al.* (2006).

²⁸Todas las variables empleadas en las estimaciones reportadas en este estudio se desestacionalizan, mediante census X-12 del US Census Bureau.

²⁹De aquí en adelante se entiende como *Modelo 1* al que relaciona la tasa de empleo moderno, el salario moderno no calificado y PIB por PET (PIBP), y al *Modelo 2* compuesto por el empleo moderno no calificado, el salario no calificado y el PIBP.

bustas. Caso contrario sucede cuando se introduce el salario no calificado. Esto evidenciaría que los salarios no calificadas determinan la sustitución de mano de obra no calificada por calificada³⁰.

Para el Modelo 1 (TEM, SMN y PIBP) se encuentra que la mejor especificación, en términos de robustez de sus residuos, corresponde a un modelo *VAR* con dos o tres rezagos, mientras que para el Modelo 2 (TEMN, SMN y PIBP) la mejor especificación corresponde a uno con dos rezagos. Los cuadros A.1.3 y A.1.4 del Anexo 1 presentan las pruebas de autocorrelación, heterocedasticidad y normalidad de las dos especificaciones mencionadas, respectivamente. En este último caso, se aprecia que ninguno de los dos modelos resulta tener residuos normales, posiblemente debido a los cambios de estructura presentes en estas relaciones.

Por último, debido a la posible endogeneidad presente entre las variables empleadas en este estudio, se llevan a cabo pruebas de exogeneidad conjuntas, con el fin de comprobar si alguna variable puede modelarse como exógena dentro de las relaciones analizadas. Para esto, se sigue el procedimiento sugerido por Hu (2005), el cual se desarrolla en dos pasos: primero se estima un modelo *VAR* en forma reducida asumiendo una estructura recursiva (descomposición de Choleski). Asumiendo una matriz triangular inferior (superior) para la matriz de Choleski, se organizan las variables de tal forma que la serie a la cual se le quiere probar exogeneidad, x_{1t} , se pone en primer (último) lugar dentro de la estructura. Segundo, se realizan las pruebas de causalidad conjunta de Granger para cada una de las series, siguiendo el procedimiento descrito. Hu (2005) demuestra que x_{1t} es exógena en el modelo estructural si no hay causalidad en el sentido de Granger a x_{1t} de \bar{x}_t en el modelo *VAR* en forma reducida, donde $y_t = (x_{1t}, \bar{x}_t)'$, y_t son las variables empleadas (TEM, SMN y PIBP para el Modelo 1 y TEMN, SMN y PIBP para el Modelo 2) y \bar{x}_t es el complemento de x_{1t} .

Los cuadros A.1.5 y A.1.6 del Anexo 1 presentan los resultados de las pruebas de causalidad de Granger conjuntas para los Modelos 1 y 2, respectivamente, para cada una de las variables empleadas. En ninguno de los casos es posible rechazar la hipótesis de no causalidad conjunta de cada una de las variables, para los dos modelos analizados, por lo que no es posible modelar ninguna variable como exógena.

4.3. Análisis del modelo $MS(M) - VAR(p)$

En esta subsección se presenta y se prueba la validez estadística de distintas especificaciones de la familia de los modelos multivariados con cambio de

³⁰Para una mirada completa al ciclo de los salarios véase López (2010).

régimen. Se parte estimando un modelo $MSI - VAR(p)$, el cual supone que el intercepto es régimen-dependiente, con tres regímenes para los dos modelos estudiados en este artículo^{31,32}. A partir de este modelo se prueba inicialmente la no régimen-dependencia de la matriz de varianza-covarianza usando la prueba de razón de verosimilitud LR (*likelihood ratio*, LR) propuesto por Krolzig (1997, pp. 135-136)³³. Los cuadros 3 y 4 presentan tal prueba para el Modelo 1 y el Modelo 2, respectivamente. En ambos casos se rechaza la hipótesis nula de no régimen-dependencia de la matriz de varianza covarianza³⁴.

Cuadro 3

Prueba LR (Régimen-dependencia de varianza-covarianza)
Modelo 1: TEM($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

Rezago	Prueba	chi-cuadrado	p-valor	Modelos
p=2	LR	66	0,0000	(MSIH-MSI)
p=3	LR	88	0,0000	(MSIH-MSI)

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro 4

Prueba LR (Régimen-dependencia de varianza-covarianza)
Modelo 2: TEMN($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

Rezago	Prueba	chi-cuadrado	p-valor	Modelos
p=1	LR	59,9168	0,0000	(MSIH-MSI)
p=2	LR	73,4380	0,0000	(MSIH-MSI)
p=3	LR	81,9642	0,0000	(MSIH-MSI)

Fuente: cálculos del autor.

Posteriormente, se investiga el comportamiento de los modelos propuestos y sus variables en las distintas fases del ciclo económico, es decir, se comprueba la existencia de asimetrías de profundidad (*deepness*) y afilamiento (*sharpness*), siguiendo lo propuesto por Clements y Krolzig (2003). El concepto de profundidad fue introducido inicialmente por Sichel (1993) y se refiere a la “profundidad” relativa de las crisis frente a la “altura” de las expansiones. Es decir, un proceso

³¹Las estimaciones se realizan con el paquete MSVAR 130ex para OX 3.4. Véase Krolzig (1998)

³²Más adelante, en la nota de pie de página 38, se proveen distintos argumentos justificando la selección del número de regímenes. Al mismo tiempo, en este trabajo se escoge una estructura MSI en vez de MSM, principalmente por que se supone que los cambios en la media de un estado a otro se dan de forma “suavizada” y no de forma abrupta (tipo *sudden-stop*).

³³Las pruebas de razón de verosimilitud sugeridas por Krolzig (1997) están basadas en el estadístico convencional, a decir:

$$LR = 2 (\ln L(\tilde{\lambda}) - \ln L(\tilde{\lambda}_r))$$

donde $\tilde{\lambda}$ y $\tilde{\lambda}_r$ denotan el estimador máximo-verosimil sin restringir y restringido, respectivamente. La hipótesis nula en este caso es $H_0 : \phi(\lambda) = 0$, donde el estadístico LR tiene una distribución chi-cuadrado con r grados de libertad (Krolzig, 1997).

³⁴Esto confirma nuestra primera intuición de que en las crisis y en los auges las volatilidades de las series empleadas aumentan tanto en el Modelo 1 como en el 2.

estocástico estacionario se dice que es “profundo” si la magnitud en las tasas de crecimiento durante las expansiones son menores a las tasas de crecimiento (en valor absoluto) durante las contracciones, y en ese caso la serie presenta un sesgo negativo.

Por otro lado, el concepto de afilamiento sigue la definición propuesta por McQueen y Thorley (1993) y resulta, por ejemplo, cuando las crisis se presentan de forma abrupta, mientras que los auges tienen una mayor persistencia durante la fase. Esto es, las crisis tienen forma de pico inverso, mientras que los auges de parábola cóncava positiva.

Adicionalmente, se realizan pruebas convencionales de asimetría sobre cada una de las variables empleadas en cada uno de los modelos estimados.

Los cuadros 5 y 6 presentan los resultados para los modelos 1 y 2, respectivamente³⁵.

En el primer caso (Modelo 1), aunque no se encuentra asimetría de afilamiento, sí se observa que para el caso de la TEM y el PIBP se rechaza la hipótesis nula de ausencia de asimetría de profundidad. El signo negativo en estos casos sugiere que efectivamente las tasas de crecimiento en valor absoluto son mayores en las crisis que en los auges. Esto es, se da una “profundidad” mayor en la fase contraccionista del ciclo, que la “altura” observada durante la fase de auge. Lo cual implica que la pérdida de empleos y producción durante las crisis toma más tiempo en recuperarse del que duró esta pérdida.

³⁵En Clements y Krolzig (2003) se desarrolla una prueba formal de este concepto para los modelos MS, siguiendo la definición formal de Sichel (1993); el proceso $\{x_t\}$ se dice que es *non-deep* si no está sesgado:

$$E[(x_t - \mu_t)^3] = 0$$

En el caso de los modelos MS se comprueba la hipótesis de no asimetría de profundidad siguiendo el estadístico de Wald aplicado a la definición anterior, esto es:

$$H_0 : \phi(\lambda) = 0 \quad H_1 : \phi(\lambda) \neq 0$$

donde,

$$\phi_D = \sum_{m=1}^M \bar{\xi}_m (\mu_m - \mu_x)^3$$

En consecuencia se dice que x_t es “profundo” (siguiendo la terminología empleada por Sichel, 1993) si el valor del sesgo es negativo: $E[(x_t - \mu_t)^3] < 0$, y “alto” si el valor del sesgo es positivo: $E[(x_t - \mu_t)^3] > 0$.

El estadístico de Wald de la asimetría de afilamiento se construye siguiendo la definición propuesta por McQueen y Thorley (1993). En el caso de los modelos MS este tipo de asimetrías se comprueban de forma directa ya que basta con probar si: $p_{m1} = p_{mM}$ y $p_{1m} = p_{Mm}$ para todo $m \neq 1, M$ y $p_{1M} = p_{M2}$. Véase Clements y Krolzig (2003) para mayor profundidad sobre estos dos conceptos.

En el caso del modelo 2 sí se encuentra evidencia de asimetrías de aflamamiento para el caso de los regímenes 1 y 3 (Crisis y Auge). Este resultado contrasta con lo encontrado para el caso del empleo moderno total y, por tanto, sugiere que la dinámica del empleo moderno no calificado, el PIBP y los salarios modernos no calificados, tiende a ser más persistente durante los auges, mientras que las crisis tienden a darse de forma abrupta. Esto coincide con el comportamiento observado del empleo moderno no calificado, descrito en la sección 2. Adicionalmente, se encuentra evidencia de la existencia de asimetrías de profundidad para el caso de la tasa de empleo moderno no calificado, y al igual que para la tasa de empleo moderno total, significa cambios porcentuales mayores (en valor absoluto) durante los períodos de crisis, a los observados en las fases de auge.

Igualmente, para el caso de las variables (datos) se observan dos aspectos interesantes: primero, se evidencia un sesgo negativo y significativo para la TEM, PIBP y TEMN, confirmando los resultados anteriores; esto es, la “profundidad” en fases de contracción es mayor a la “altura” en las fases de expansión. Sin embargo, el sesgo encontrado para el caso de SMN es positivo, sugiriendo un análisis inverso al descrito. Este hecho puede deberse a las rigideces a la baja en los salarios, mas no al alza; no obstante, es un resultado que se debe investigar con más detenimiento.

Cuadro 5

Prueba de Wald (asimetría)

Modelo 1: TEM($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

Prueba	Comparación <i>p</i> -valor		
<i>Non-Sharpness test: [Chi(3)]</i>	p ₁₂ =p ₃₂		[0,8348]
	p ₁₃ =p ₃₁		[0,8822]
	p ₂₁ =p ₂₃		[0,9624]
Prueba estadística	Variable	Signo	<i>p</i> -valor
<i>Non-Deepness</i>	TEM	(-)	[0,0249]**
	PIBP	(-)	[0,0420]**
	SMN	(+)	[0,3834]
Análisis de prueba de asimetría (datos)	Variable	Signo	<i>p</i> -valor
Sesgo	TEM	(-)	[0,0000]***
	PIBP	(-)	[0,0000]***
	SMN	(+)	[0,0050]***

Fuente: cálculos del autor.

Estos resultados corroboran la idoneidad de la metodología empleada, dado que los modelos *MS – VAR* capturan este tipo de asimetrías, como se confirmará.

Se procede, entonces, a corroborar la hipótesis nula de la no régimen-dependencia de los parámetros autorregresivos de la estimación (A_i), empleando igualmente

Cuadro 6

Prueba de Wald (asimetría)

Modelo 2: TEMN($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

Prueba	Comparación p -valor		
<i>Non-sharpness test: [Chi(3)]</i>	p 12=p 32		[0,8505]
	p 13=p 31		[0,0000]***
	p 21=p 23		[0,9246]

Prueba estadística	Variable	Signo	p -valor
<i>Non-deepness</i>	TEMN	(-)	[0,0777]*
	PIB	(-)	[0,5430]
	SMN	(+)	[0,4356]

Análisis de prueba de asimetría (datos)	Variable	Signo	p -valor
Sesgo	TEMN	(-)	[0,0030]***
	PIB	(-)	[0,0000]***
	SMN	(+)	[0,0061]***

Fuente: cálculos del autor.

la prueba de razón de verosimilitud. Los cuadros 7 y 8 presentan los resultados de dicha prueba, corroborándose para ambos modelos el rechazo de la hipótesis nula de no régimen-dependencia de los parámetros autorregresivos. Igualmente, se presentan los resultados del test LR para los dos modelos, con el fin de determinar el orden autorregresivo de la estimación (estrategia *Top-down*). Aquí se encuentra que el orden autorregresivo ideal es $p = 2$, para ambos modelos³⁶.

Cuadro 7

Prueba LR (régimen-dependiente de A_i)

Modelo 1: TEM($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

Rezago	Prueba	chi-cuadrado	p -valor	Modelos
p = 2	LR	52,356	0,0070	(MSIAH-MSIH)
p = 3	LR	81,602	0,0090	(MSIAH-MSIH)
p = 3 p = 2	LR	17,623	0,4807	(MSIAH-MSIH)

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro 8

Prueba LR (régimen-dependiente de A_i)

Modelo 2: TEMN($\Delta\%$) SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

Rezago	Prueba	chi-cuadrado	p -valor	Modelos
p = 2	LR	70,4774	0,0654	(MSIAH-MSIH)
p = 3	LR	104,4636	0,0000	(MSIAH-MSIH)
p = 3 p = 2	LR	18,2178	0,4414	(MSIAH-MSIH)

Fuente: cálculos del autor.

Por último, se procede a estimar las pruebas de asimetrías y no-linealidad del modelo lineal $VAR(p)$ y su contraparte $MSIAH - VAR(p)$ seleccionado, producto de la estrategia *Bottom-up*. Esta prueba se construye con el estadístico de razón de verosimilitud LR , tomando como hipótesis nula la “linealidad”

³⁶Se emplea la estrategia *Top-down* propuesta por Krolzig(1997), partiendo de seis rezagos y disminuyendo secuencialmente a medida que se acepte la hipótesis nula, hasta rechazarla.

del modelo $VAR(p)$. Los cuadros 9 y 10, muestran que para ambos modelos la hipótesis nula se rechaza en favor del $MSIAH - VAR(p)$.

Cuadro 9

Prueba LR (linealidad)

Modelo 1: TEM($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP ($\Delta\%$)

Rezago	Prueba	chi-cuadrado	p-valor	Modelos
p = 2	LR	195,0164	0,0000	(MSIAH-VAR)

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro 10

Prueba LR (linealidad)

Modelo 2: TEMN($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP ($\Delta\%$)

Rezago	Prueba	chi-cuadrado	p-valor	Modelos
p = 2	LR	215,8928	0,0000	(MSIAH-VAR)

Fuente: cálculos del autor.

En consecuencia, se obtiene que la mejor especificación para ambos modelos es una del tipo $MSIAH - VAR(2)$, gobernado por tres regímenes³⁷. Estos últimos, se identifican como “crisis, recuperación y auge”³⁸. En el caso del primer modelo, donde se tiene la TEM, SMN y el PIBP, con base en los residuos estandarizados y suavizados y en las predicciones un paso adelante, se encontró mayor robustez cuando se emplean tres rezagos en la especificación.³⁹

³⁷Es decir, tanto el intercepto, la matriz de varianza-covarianza y los parámetros autorregresivos son régimen-dependientes.

³⁸Para determinar el número de regímenes, la literatura ha intentado aproximarse modelando la función de verosimilitud en función de los parámetros “molestos”, presentes en este tipo de estimaciones. La presencia de estos parámetros “molestos”, da suficiente libertad a la función de verosimilitud para que la distribución asintótica del estadístico de razón de verosimilitud estandarizado no sea acotada; luego, no sería posible identificar variaciones en la significancia de los parámetros. Hansen (1992) y García (1998) realizan distintas simulaciones para un conjunto de probabilidades de transición y parámetros régimen-dependientes con el fin de construir una distribución asintótica para el estadístico LR . Sin embargo, estos estadísticos contruidos solo aplican para un número limitado de modelos; entonces su generalización al $MS - VAR$ no es posible (véase Krolzig, 1997). Recientemente, Carrasco *et al.* (2004) propone un nuevo test para analizar la estabilidad de los parámetros en el marco de los modelos MS , el cual solo requiere la estimación del modelo bajo la hipótesis nula. Por otro lado, DiSanzo (2009) construye por *bootstrap* una aproximación al estadístico LR , teniendo en cuenta el número de componentes en un modelo MS . En este trabajo se escogió el número de regímenes teniendo presente dos aspectos: la literatura internacional (Krolzig y Toro, 2001; Krolzig, Marcellino y Mizon, 2002) y los resultados obtenidos para el caso colombiano. Después de esto, se concluye que tres regímenes es una especificación apropiada para la economía colombiana.

³⁹En este tipo de modelos, muchas de las pruebas convencionales que se utilizan para chequear autocorrelación y normalidad, no pueden estimarse debido a que los residuos no tienen una distribución asintótica convencional. Sin embargo, pueden emplearse los residuos estandarizados y suavizados, junto con las predicciones un paso hacia adelante con el fin de detectar señales de correlación en los mismos.

Los cuadros A.1.7 y A.1.8 del Anexo 1, presentan los resultados de la estimación, junto con los valores t de los parámetros estimados, respectivamente, para el primer modelo. El cuadro 11 presenta la matriz de probabilidades de transición del modelo 1 estimado con tres rezagos. A partir de esta, es posible inferir la duración media de cada estado: el primer régimen (crisis) tiene una duración media de 6,43 trimestres, mientras que el segundo (recuperación) tiene una duración promedio de 7,33 trimestres. Por su parte, el tercero (auge) tiene una duración de 9,8 trimestres (Gráfico 1). Estos resultados son acordes con lo encontrado en el análisis descriptivo por subperíodos, donde se evidenció que el empleo moderno en general tuvo un mejor desempeño que el del empleo moderno no calificado⁴⁰. Igualmente, estos resultados están en la misma línea a lo encontrado, cuando se analizó las asimetrías de “profundidad” y “afilamientos”; los auges son períodos por lo general más persistentes y largos ente a las crisis.

Cuadro 11

Matriz de probabilidades de transición: P
Modelo 1: TEM($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

Régimen	1	2	3
1	0,8444	0,1556	0,0000
2	0,0534	0,8636	0,0830
3	0,0645	0,0375	0,8980

Fuente: cálculos del autor.

El Gráfico 3 presenta el comportamiento de las variables del mercado laboral para el modelo 1 y el PIBP (en diferencias en ambos casos) y sus distintos regímenes durante el período 1984-2009, los cuales se aproximan a lo descrito en la sección 2. Se aprecia claramente que el primer régimen se puede identificar con un período de crisis: refleja la crisis de los noventa y la más reciente sobre el PIBP, el empleo moderno y los salarios. Esto puede verificarse observando que la probabilidad de estar en el primer régimen es igual a 1 para las fechas mencionadas⁴¹. Para una mirada más detallada de los regímenes se calcula el componente tendencial y cíclico de cada una de las variables utilizadas en los modelos 1 y 2, empleando la estimación del filtro de Hodrick y Prescott; los gráficos A.1.1, A.1.2, A.1.3 y A.1.4, del Anexo 1 presentan dichos componentes.

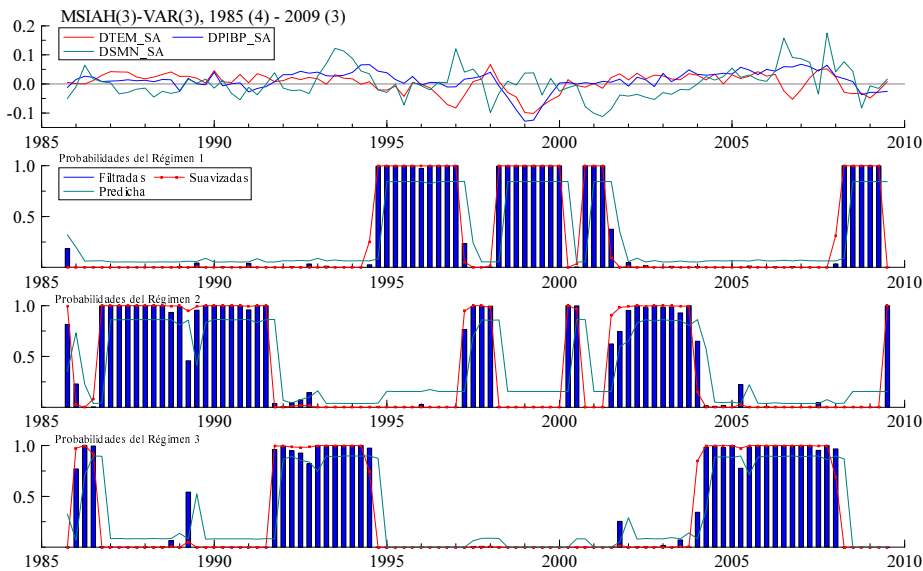
⁴⁰Esto también se puede observar en el Gráfico A.1.7 del Anexo 1, donde se muestran distintas medidas de probabilidades de duración en cada uno de los regímenes. De allí se obtiene similares conclusiones a las mencionadas, a decir: el régimen 3 (auge) es el de mayor duración, tanto si se está en él, como h períodos hacia adelante, seguido del régimen 2 (recuperación) y por último el régimen 3 (crisis).

⁴¹Se debe notar que los ejes verticales de los gráficos, para cada uno de los regímenes (1, 2 y 3), tienen un rango que va de 0 a 1, lo que es precisamente la probabilidad de estar en cada uno de los regímenes mencionados. Por ejemplo, para el régimen 1 se observa que la probabilidad fue 1 durante los períodos 1995-1997, 1998-2001 y 2008-2009; entonces, se concluye que se está en el régimen 1 para estos períodos. Posteriormente, se compara con el componente tendencial y cíclico de cada una de las series, y se puede concluir rápidamente que el régimen 1 hace referencia a un período de crisis. Realizando de nuevo este análisis, se puede llegar a las conclusiones respectivas para cada uno de los regímenes.

Específicamente los gráficos A.1.1 y A.1.2 (donde se presenta el componente cíclico y tendencial de la TEM y el PIBP) dan una buena intuición al respecto.

El régimen 2, por su parte, coincide con un período de recuperación-bajo crecimiento: pobre desempeño del PIBP y del mercado laboral durante finales de la década de los ochenta e inicios de los noventa (gráficos A.1.1 y A.1.2, del Anexo 1). Igualmente se aprecia en este régimen la fase de recuperación posterior a la crisis de finales de los años noventa. Por último, el régimen 3 coincide con las fases de auge más notorias que ha experimentado la economía en los últimos 25 años, a decir: inicios de la segunda mitad de la década de los ochenta, primera mitad de la década de los noventa y entre el 2003 y 2007.

Gráfico 3
Dinámica del mercado laboral (modelo 1)



Fuente: cálculos del autor.

Debido a la no normalidad de los residuos predichos, en este caso no pueden implementarse las técnicas de chequeo tradicionales. Sin embargo el uso de herramientas típicas (como autocorrelogramas y densidades por regímenes) puede dar indicios de la robustez de los modelos. Los gráficos A.1.5 y A.1.6, del Anexo 1, presentan el grado de ajuste del modelo estimado y algunas pruebas convencionales, respectivamente. En ambos casos se puede apreciar el buen desempeño del modelo, tanto en términos de predicción como de comportamiento de sus residuos.

Dadas las estimaciones presentadas, es posible inferir las elasticidades interanuales para el empleo moderno frente al PIB y al SMN, para cada uno de los regímenes estudiados en este artículo; crisis (R1), recuperación (R2) y auge (R3)⁴². El concepto de elasticidad mencionado sigue de cerca la literatura que ha empleado este tipo de modelos (*MS – VAR*), funciones de impulso-respuesta, régimen-dependiente (e.j. Erhmann *et al.*, 2003; Tillmann, 2003; Calza y Sousa, 2006; Chen, 2009; entre otros). Similar al argumento expuesto por Erhmann *et al.* (2003), la validez del análisis régimen-dependiente de las elasticidades está condicionado a la duración esperada de cada régimen. En la medida en que la matriz de transición predice regímenes altamente persistentes (como efectivamente sucede), el análisis de las elasticidades por régimen se convierte en una herramienta útil.

Para el SMN se realiza un ajuste por el crecimiento de la PET, con el fin de encontrar la elasticidad interanual del empleo moderno al salario moderno no calificado. El cuadro 12 presenta dichas elasticidades para el caso del empleo moderno: se observa que en períodos de crisis (régimen 1) las elasticidades del empleo moderno aumentan (en valor absoluto) tanto frente al PIB como al SMN, y van disminuyendo paulatinamente a medida que se avanza hacia la recuperación y el auge, exceptuando el caso de la elasticidad empleo-SMN, la cual es mayor (en valor absoluto) en el tercer régimen (auge).

Cuadro 12

Elasticidad / régimen	1	2	3
TEM-PIBP	0,44313	0,20879	0,062771
TEM-SMN	-0,14969	-0,09618	-0,11145

Fuente: cálculos del autor.

Las elasticidades presentadas en el Cuadro 12 coinciden en buena forma con la matriz de correlaciones contemporáneas de cada régimen, expuestas en el Cuadro A.1.9 del Anexo 1, exceptuando la relación negativa entre el PIBP y la tasa de empleo moderno encontrada para el régimen 3 (auge), en este último caso.

Una vez obtenidos los resultados del modelo 1, se procede al análisis de los resultados encontrados para el modelo 2 (relación entre la TEMN, PIBP y

⁴²Las elasticidades interanuales al empleo moderno se calculan mediante la suma de los coeficientes rezagados en la ecuación en que el empleo moderno es modelado como variable endógena. Se debe tener en cuenta que estas estimaciones presentan dos problemas: el primero, es que no son técnicamente elasticidades, ya que el año base es cambiante; luego, las elasticidades serán interanuales dado que se trabajó con variaciones anuales en la estimación. El segundo, es que técnicamente para el cálculo de las elasticidades, estas deberían haberse modelado como variables exógenas. Sin embargo, en la sección 4.2 encontramos que no era posible modelar el PIBP o los SMN como tales; entonces, se debe subrayar el carácter endógeno de las elasticidades aquí encontradas.

SMN). Los cuadros A.1.10 y A.1.11 del Anexo 1, presentan los resultados de la estimación (parámetros estimados) junto con los valores t de los parámetros estimados, respectivamente. Al igual que en el caso anterior, dados los resultados de la matriz de probabilidades de transición (Cuadro 13) es posible determinar la duración media de cada uno de los regímenes: en este caso el estado *crisis* (régimen 1) tiene una duración promedio de 3,14 trimestres, mientras que el régimen 2 (*recuperación*) tiene una duración promedio de 3,98 trimestres. Por su parte, el régimen 3 (*auge*) tiene una duración promedio de 2,99 trimestres⁴³. Estos resultados muestran una diferencia notoria en la dinámica de los empleos modernos no calificado y total, ya que este último tiene una duración mayor en los períodos de crisis y recuperación, así como una persistencia mayor en cada uno de los regímenes. Esto posiblemente se debe a la tendencia que presentó el empleo moderno no calificado en los últimos quince años, cuando se observó una caída en la participación dentro del empleo total.

Cuadro 13

Matriz de probabilidades de transición: P

Modelo 2: TEMN($\Delta\%$) SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

Régimen	1	2	3
1	0,6813	0,3187	0,0000
2	0,1088	0,7487	0,1425
3	0,0000	0,3342	0,6658

Fuente: cálculos del autor.

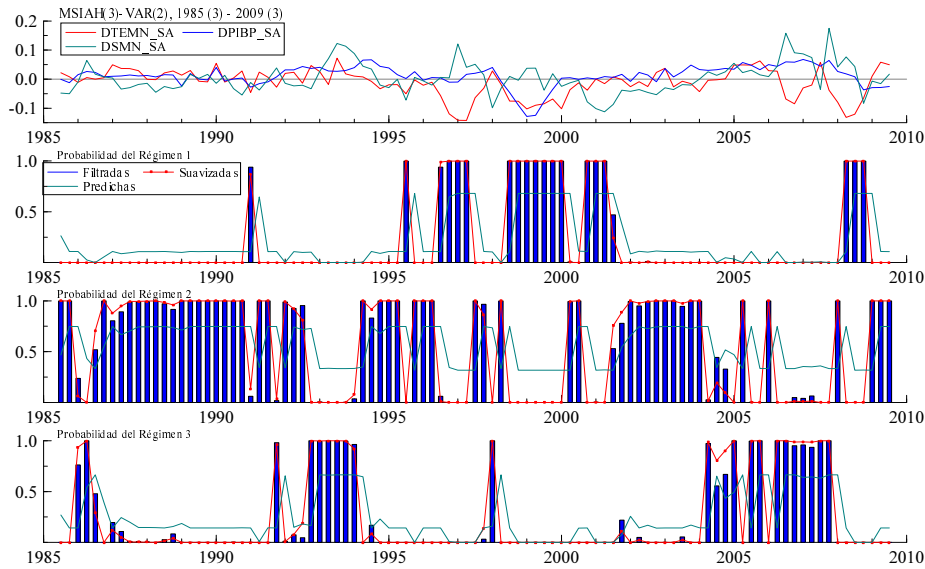
La menor persistencia de los regímenes observada en el caso del modelo 2 se evidencia por completo en el Gráfico 4. Hay tres aspectos fundamentales por destacar de este gráfico: primero, los períodos de auge fueron más cortos que en el caso donde se analizó el empleo moderno total. Segundo, los períodos de crisis, a pesar de que no fueron menores, sí tuvieron una menor persistencia. Por último, cabe destacar la gran participación que gana el régimen 2 en este segundo modelo, tanto en número de eventos como en persistencia⁴⁴.

Siguiendo una estrategia similar a la del caso anterior, el Cuadro 14 presenta las elasticidades para el empleo moderno no calificado: elasticidad EMN-PIB y EMN-SMN para cada uno de los regímenes estudiados. Se aprecia que el empleo moderno no calificado resulta ser altamente sensible al salario moderno no calificado en los períodos de crisis, y en menor magnitud en los de auge. Con respecto al PIB, se aprecian dos aspectos interesantes: el primero, y que tradicionalmente se ha encontrado en la literatura, es la baja elasticidad del empleo moderno no calificado con respecto al PIBP, observado tanto en los períodos

⁴³Los gráficos A.1.8 y A.1.9 presentan el grado de ajuste del modelo estimado y algunas pruebas convencionales, respectivamente. En ambos casos se puede apreciar el buen desempeño del modelo, tanto en términos de predicción como del comportamiento de sus residuos.

⁴⁴El Gráfico A.1.10 presenta un análisis detallado sobre las características de cada uno de los regímenes con similares conclusiones a las esbozadas en este párrafo.

Gráfico 4
Dinámica del mercado laboral (modelo 2)



Fuente: cálculos del autor.

de auge como en los de crisis. El segundo, y el más llamativo de los resultados, resulta ser la elasticidad negativa del EMN al PIB evidenciada en los períodos de recuperación (régimen 2). Lo anterior sugiere que, en los períodos de recuperación aumentos del PIB van acompañados de caídas en el empleo moderno no calificado, o lo que es lo mismo, en períodos de recuperación, caídas del PIB acompañan aumentos del empleo moderno no calificado. Paradójicamente, esto se ha venido cumpliendo en los distintos períodos de recuperación, posteriores a intensos eventos de crisis o previos a eventos de auge, donde se observa disminuciones en el empleo moderno no calificado ⁴⁵. Este resultado contrasta notoriamente con las correlaciones contemporáneas presentadas en el Cuadro A12.

⁴⁵El Gráfico A.1.11, presenta la comparación del componente cíclico de un filtro de Hodrick y Prescott de la tasa de empleo moderno no calificado y el PIBP, donde se puede apreciar que, en las épocas clasificadas como períodos de recuperación, hubo una tendencia contraria entre la TEMN y el PIB. Una explicación a este fenómeno, es que en los períodos de crisis-recuperación hay una sustitución intensiva de mano de obra no calificada por calificada, determinada en gran medida por el comportamiento de los salarios. En consecuencia, el PIBP cumple un papel protagónico, ya que a medida que se recupera la economía, mayor es la sustitución.

Cuadro 14

Elasticidad / régimen	1	2	3
TEMN-PIBP	0,085996	-0,73676	0,10905
TEMN-SMN	-0,57303	0,03652	-0,123184

Fuente: cálculos del autor.

4.4. Análisis de sensibilidad

En esta sección se hace un análisis de sensibilidad para las estimaciones de las elasticidades tanto del empleo moderno total como para el empleo moderno no calificado, presentadas en la sección anterior. Para su construcción se emplea técnicas convencionales de *bootstrapping*, siguiendo lo propuesto por Ehrmann, Ellison y Valla (2003). La técnica empleada consiste en simular distintos “pasados” de las variables dependientes del modelo, para luego realizar la estimación de estas nuevas variables, de igual forma que se hizo inicialmente con la data original. Como subrayan Ehrmann, Ellison y Valla (2003), debido a que las variables endógenas creadas tienen por lo general una muestra pequeña, sus estimaciones no coinciden exactamente con las obtenidas con los datos iniciales; entonces, puede llevarse a cabo técnicas convencionales de *bootstrapping* para aproximarse a la distribución de los parámetros (elasticidades) estimados.

Para simular el “pasado” de las variables endógenas es necesario crear inicialmente una historia, también simulada, de los regímenes del modelo, para luego emplearlos en la construcción de las primeras. Básicamente se siguen los tres primeros pasos (de los cinco) propuestos por Ehrmann, Ellison y Valla (2003). En el primero se crea el “pasado” de los regímenes del modelo, empleando la matriz de transición de probabilidades estimada inicialmente como matriz de transición exógena. Para simular los regímenes con la muestra, se seleccionan inicialmente los regímenes en el período cero, escogiendo un número aleatorio de una función con distribución uniforme entre $[0, 1]$ y comparándolas con las probabilidades incondicionadas de estar en cada régimen. Posteriormente, en cada momento se toman igualmente números aleatorios de una función con distribución uniforme entre $[0, 1]$, y se comparan con las probabilidades condicionadas de transición. En este caso, se debe tener presente que ambos modelos se estiman con tres regímenes (en Ehrmann, Ellison y Valla, 2003 hace con dos); por consiguiente, la comparación debe realizarse para todas las probabilidades condicionadas, dado que se está en el estado i , buscando poder garantizar que la matriz de transición continúe siendo ergódica e irreducible en cada simulación que se realice.

Segundo, se simula el “pasado” para las variables endógenas empleando los parámetros estimados inicialmente, los regímenes simulados y unos nuevos residuos normalmente distribuidos con media cero y varianza I_K , dado que la matriz

de varianza-covarianza se normaliza para cada uno de los regímenes. Por último, se realiza la estimación de esta nueva data simulada.

Aplicando este procedimiento un número elevado de veces, es posible obtener una aproximación numérica a la distribución de las elasticidades, y en consecuencia construir intervalos de confianza a las estimaciones centrales. Los cuadros 15 y 16 presentan los resultados para las elasticidades del empleo moderno y del empleo moderno no calificado, respectivamente. En estas, se presenta el intervalo superior (+) y el intervalo inferior (-) de la elasticidad de la sección anterior, en un nivel de significancia del 5 %.

Cuadro 15
Boostrapping para las elasticidades: empleo moderno total.

Elasticidad / régimen	Crisis	Recuperación	Auge
Int (+) 5% (Conf)	0,464795	0,249941	0,217390
EM-PIBP	0,443130	0,208790	0,062771
Int (-) 5% (Conf)	0,376289	0,080114	0,061978
Int (+) 5% (Conf)	-0,014276	-0,081827	-0,113452
EM-SMN	-0,149690	-0,096183	-0,111452
Int (-) 5% (Conf)	-0,151690	-0,189736	-0,204624

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro 16
Boostrapping para las elasticidades: empleo moderno no calificado

Elasticidad / régimen	Crisis	Recuperación	Auge
Int (+) 5% (Conf)	0,086155	-0,108753538	0,0989795
EMN-PIBP	0,085996	-0,73676	0,10905
Int (-) 5% (Conf)	0,043918	-0,733187	-0,572199
Int (+) 5% (Conf)	-0,575032	0,158100719	-0,02938
EMN-SMN	-0,56822	0,03652	-0,123184
Int (-) 5% (Conf)	-0,6224	-0,078347288	-0,128306

Fuente: cálculos del autor.

En el caso del empleo moderno total (EM) se observa que los resultados estimados inicialmente son robustos; es decir, la elasticidad EM-PIBP resulta ser positiva y mayor en los períodos de crisis, mientras que la elasticidad EM-salarario moderno no calificado (SMN) es negativa en todos los regímenes y mayor en valor absoluto durante los períodos de crisis.

Para el caso del EMN se observa que su elasticidad al PIBP es positiva en las crisis, y no es estadísticamente distinta de cero en los períodos de auge, mientras que en los de recuperación resulta ser negativa, aunque en menor medida (en valor absoluto) a lo encontrado inicialmente. Con respecto a la elasticidad EMN-SMN, se observa que en los períodos de crisis la elasticidad es negativa al igual que en los de auge, siendo mucho mayor (en valor absoluto) en el primero que en el segundo caso. Por último, esta elasticidad no resulta ser estadísticamente distinta de cero en los períodos de recuperación⁴⁶.

Para un panorama completo de la dinámica del mercado laboral y su relación con la actividad económica agregada, se necesita analizar la dinámica del empleo moderno calificado, sus salarios y el PIB. A pesar de que esta relación puede deducirse implícitamente de los resultados encontrados en este trabajo, dicho tema no se aborda y se deja como estudio futuro junto con el de la tasa de desempleo, la tasa de participación y su relación con el PIB⁴⁷.

5. Implicaciones de política y conclusiones

Como se anotó, el objetivo de este estudio es analizar las asimetrías en la demanda por trabajo, particularmente la demanda de empleo moderno total y sin educación superior en Colombia a lo largo del ciclo económico, para el período 1984-2009. Para tal fin se estiman modelos de series de tiempo multivariados con cambio de régimen, *MS-VAR(p)* (*Markov Switching-VAR models*), siguiendo la metodología propuesta por Krolzig (1997) y Clements y Krolzig (2003), quienes recogen la idea de cambio de régimen, propuesta inicialmente por Hamilton (1989). Los resultados confirman la existencia de no linealidad y asimetrías en la demanda por empleo moderno total y no calificado, las cuales varían dependiendo de la fase del ciclo (estado) de la actividad económica agregada.

Así, las pruebas de asimetrías evidenciaron que para el modelo 1 (tasa de empleo moderno total, PIB por población en edad de trabajar y el salario moderno no calificado), aunque no se encuentra asimetría de "afilamiento", sí se observa que en el caso de la TEM y el PIBP se rechaza la hipótesis nula de ausencia de asimetría de profundidad. El signo negativo en estos casos sugiere que efectivamente las tasas de crecimiento en valor absoluto son mayores en

⁴⁶Adicional a los resultados presentados, se estimaron de nuevo los dos modelos, empleando el componente cíclico del logaritmo natural de cada una de las series. Para el caso del primer modelo los resultados encontrados son bastante similares a los mencionados. Igualmente sucede para el caso del segundo modelo, salvo la elasticidad EMN-PIBP en períodos de crisis, la cual sugiere ser igual a cero, y la misma elasticidad para el auge es positiva, con un valor cercano a 0,06.

⁴⁷Estos tópicos se abordan para el caso de la economía colombiana en una serie de trabajos que se encuentran actualmente en desarrollo por López (2011), y Tamayo (2011).

las crisis que en los auge. Esto es, se da una “profundidad” mayor en la fase contraccionista del ciclo, frente a la “altura” observada durante el auge, similar a lo encontrado por Acemoglu y Scott (1994).

En el caso del modelo 2 (tasa de empleo moderno no calificado, PIB por población en edad de trabajar y el salario moderno no calificado), sí se encuentra evidencia de asimetrías de afilamiento para el caso de los regímenes 1 y 3 (crisis y auge). Igualmente, se encuentra evidencia en favor de la existencia de asimetrías de profundidad para el caso de la tasa de empleo moderno no calificado.

En general, el análisis de sensibilidad permitió concluir algunos aspectos importantes del mercado laboral colombiano: primero, el empleo moderno total (EM) reacciona (de forma positiva) fuertemente en los períodos de crisis y recuperación ante variaciones del PIBP, y de una forma más moderada en las fases de auge. Este comportamiento contrasta notoriamente con el del empleo moderno no calificado (EMN), el cual reacciona positivamente en los períodos de crisis ante variaciones en el PIB; en la fase de recuperación el signo de la elasticidad se invierte y, en consecuencia, a medida que se recupera el PIB se sustituyen empleos no calificados por calificados (dado que la elasticidad del empleo moderno total es positiva), disminuyendo el empleo no calificado. Por último, en los períodos de auge el empleo no calificado parece no reaccionar ante variaciones del PIB.

Esta asimetría presente en la elasticidad del empleo moderno total y sin educación superior con respecto al PIBP, durante los períodos de recuperación y auge, evidencia la prociclicidad del empleo calificado con respecto a este último; dado que en los ciclos de recuperación y auge la elasticidad EM-PIBP es positiva, mientras que la elasticidad EMN-PIBP es negativa en las fases de recuperación e igual a cero en las fases de auge, por consiguiente, la entrada de personas ca-lificadas al mercado laboral está condicionada a la dinámica de la economía, especialmente en las fases mencionadas.

Segundo, la elasticidad EM-salario moderno no calificado resulta ser negativa y similar en las tres fases analizadas (cercasas al -0,11), aunque levemente mayor (en valor absoluto) en los períodos de crisis. Por otro lado, se observan diferencias significativas en la respuesta (elasticidad) del empleo moderno no calificado ante variaciones en el SMN, frente al empleo moderno total. Para los períodos de crisis la elasticidad EMN-SMN es negativa y significativamente mayor (en valor absoluto es cuatro veces) a la observada para el empleo moderno total. Adicionalmente, en los períodos de recuperación no es estadísticamente distinta de cero, mientras que en el auge es negativa con un valor similar al encontrado para el empleo moderno total (-0,12). Estos resultados sugieren que la respuesta del empleo moderno calificado ante variaciones en el SMN es inferior a la presentada por el EMN, particularmente en los períodos de crisis.

La evidencia presentada en este trabajo sugiere algunas implicaciones importantes sobre las medidas de política económica laboral. Primero, los resultados encontrados en las pruebas de asimetría de “profundidad” y “afilamiento”, junto con las elasticidades para el empleo moderno total y el empleo moderno no calificado con respecto al PIBP, en las distintas fases del ciclo económico, resaltan la importancia de llevar a cabo políticas económicas oportunas que estimulen el empleo durante las fases de crisis económicas, o en el mejor de los casos, evite una pérdida considerable de los mismos; ya que, como se evidenció, la caída del empleo en las fases de contracción económica toma más tiempo en recuperarse del que toma en caer. Esto es, la elasticidad es mayor en las crisis que en los auge y recuperación; luego, la salida de empleos ante una caída en el PIB de $x\%$ es mayor a la entrada de nuevos empleos dado un crecimiento del PIB de $x\%$.

Segundo, en un trabajo que adelantan actualmente López y Tamayo (2011) se muestra que las variaciones del salario mínimo se transmiten al salario medio no calificado casi en su totalidad. Este hecho, junto con los hallazgos encontrados acá, sugiere la importancia de un adecuado manejo de las políticas salariales, particularmente en las épocas (fases) de crisis.

Lo anterior contrasta notoriamente con lo observado en el comportamiento del salario mínimo en las dos recientes crisis que tuvo la economía colombiana, donde el salario mínimo real aumentó incluso más que en los períodos de auge-recuperación adyacentes. A lo mencionado, hay que agregarle los efectos que tienen el comportamiento asimétrico del PIB y los salarios sobre el empleo, esto es, una crisis acompañada de aumentos salariales genera una destrucción de empleo a un muy corto plazo; sin embargo, su recuperación posterior a este evento toma más tiempo.

Por último, cabe resaltar el panorama tan poco optimista que tiene el empleo moderno no calificado por delante. Tal como se presentó en la sección 2, el desempeño de estos dentro de la participación total del empleo, así como por unidad de PIB urbano, ha tenido una tendencia decreciente durante los últimos veinte años. Adicionalmente, los resultados de este estudio evidencian una situación bastante desfavorable: elasticidad positiva en los períodos de crisis, que se traducen en caídas del EMN, mientras que se evidencia elasticidad negativa o nula en fases de recuperación-auge, que no se traducen en lo contrario. Igualmente, se registra una elasticidad alta (en valor absoluto) al SMN en períodos de crisis y moderada en los períodos de auge. En general, el EMN presenta desventajas significativas en todas las fases del ciclo económico, frente a su contraparte calificada, de ahí la importancia de continuar y expandir los programas de educación superior a un porcentaje mayor de la población.

Referencias

- Abowd, John y Zellner, Arnold (1985) “Estimating Gross Labor Force Flows,” *Journal of Business and Economic Statistics*, 3:254–83, July 1985.
- Acemoglu, Daron y Scott, Andrew (1994), “Asymmetries in the Cyclical Behavior of UK Labour Markets,” *The Economic Journal*, vol. 104(427), 1303-1323.
- Arango, Carlos A. y Rojas, Ángela M. (2004). “Demanda Laboral y Reforma Comercial en el Sector Manufacturero Colombiano: 1977-1999,” *Ensayos Sobre Política Económica*, No. 44.
- Arango, Luis E., Gómez, Mónica A. y Posada, Carlos E. (2009), “La Demanda de Trabajo Formal en Colombia: Determinantes e Implicaciones de Política,” *Borradores de Economía*, Banco de la República, No. 563.
- Arango, Luis E., Posada, Carlos E. y Uribe, José D. (2006), “Cambios en la estructura de los salarios urbanos en Colombia (1984-2000),” *Lecturas de Economía*, No. 64, 187-194.
- Becker, R., Enders, W., and Lee, J. (2006), “A stationarity test in the presence of an unknown number of smooth breaks,” *Journal of Time Series Analysis*, vol. 27(3), 381–409.
- Bernal, Raquel y Cárdenas, Mauricio (2003), “Determinants of Labor Demand in Colombia: 1976-1996,” *NBER Working Papers*, No. 10077.
- Bertola, Giuseppe y Calbero, Ricardo (1990), “Kinked Adjustment Costs and Aggregate Dynamics,” *NBER Macroeconomics Annual 1990*, Cambridge: MIT Press, 237–88.
- Blanchard, Olivier y Diamond Peter (1989), “The Beveridge Curve,” *Brookings Papers on Economic Activity*, vol. 1, 1–60.
- Blanchard, Olivier y Diamond Peter (1990), “The Cyclical Behavior of the Gross Flows of U.S. Workers,” *Brookings Papers on Economic Activity*, vol. 2, 85–155
- Betancourt, Rocío, Misas, Martha y Bonilla Leonardo (2008), “Pass Through de las Tasas de Interés en Colombia: Un Enfoque Multivariado con Cambio de Régimen,” *Borradores de Economía*, Banco de la República, No. 535.
- Caballero, Ricardo (1992), “A Fallacy of Composition,” *American Economic Review*, 82(5), 1279–1292.
- Calza, Alessandro y Sousa, Joao (2006), “Output and Inflation Responses to Credit Shocks: Are There Threshold Effects in the Euro Area?,” *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, vol. 10(2).
- Carrasco, Marine, Hu, Liang y Ploberger, Werner (2004), “Optimal Test for Markov Switching,” *Working Paper*, University of Rochester.
- Chen, Chien-Fu (2009), “Is the International Transmission of Business Cycle Fluctuation Asymmetric? Evidence from a Regime Dependent Impulse Response Function,” *International Research Journal of Finance and Economics*, vol. 26, 134-143.
- Clements, Michael P. y Krolzig, Hans M. (2003), “Business Cycle Asymmetries: Characterization and Testing Based on Markov-Switching Autoregres-

- sions,” *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 21 (1), 196-211.
- Cole, Harold L. y Rogerson, Richard (1999), “Can the Mortensen-Pissarides Matching Model Match the Business-Cycle Facts?” *International Economic Review*, vol. 40(4), 933-959.
- Cooper, Russel, Haltiwanger, John C. y Willis, Jonathan (2007), “Search Frictions: Matching Aggregate and Establishment Observations,” *Journal of Monetary Economics*, vol. 54(1), 56-78.
- Davis, Steven J. y Haltiwanger, John C. (1992), “Gross Job Creation, Gross Job Destruction and Employment Reallocation,” *Quarterly Journal of Economics*, 107(3), 819–63.
- Davis, Steven J. y Haltiwanger, John C. (1999), “On the Driving Forces Behind Cyclical Movements in Employment and Job Reallocation,” *The American Economic Review*, vol. 89(5), 1234-1258.
- Davis, Steven J., Faberman, Jason y Haltiwanger, John C. (2006) “The Flow Approach to Labor Markets: New Evidence and Micro-Macro Links,” *Journal of Economic Perspectives*, vol. 20(3), 3-24.
- Davis, Steven J., Faberman, Jason, Haltiwanger, John C., Jarmin, Ron, y Miranda Javier (2010), “Business Volatility, Job Destruction and Unemployment,” *American Economic Journal: Macroeconomics*, forthcoming.
- Davis, Steven J. y Kahn, James A. (2008), “Interpreting the Great Moderation: Changes in the Volatility of Economic Activity at the Macro and Micro Levels,” *Journal of Economic Perspectives*, vol. 22(3).
- Den Haan, Wouter J., Ramey, Garey y Watson, Joel (2000), “Job Destruction and Propagation of Shocks,” *American Economic Review*, vol. 90(3), 482-498.
- DiSanzo, Silvestro (2009), “Testing for Linearity in Markov Switching Models: A Bootstrap Approach,” *Statistical Methods and Applications*, vol. 18 (2), 153-168.
- Ehrmann, Michael, Ellison, Martin y Valla, Natacha (2003), “Regime-dependent impulse response functions in a Markov-switching vector autoregressive,” *Economic Letters*, vol. 78, 295-299.
- Elliot, Graham, Rothemberg, Thomas J. y Stock, James H. (1996), “Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root,” *Econometrica*, vol. 64(4), 813-839.
- Enders, W. and Lee, J. (2006), “Testing for a unit root with a nonlinear fourier function,” Mimeo, University of Alabama.
- Faberman, R. Jason (2008), “Job Flows, Jobless Recoveries, and the Great Moderation,” *Federal Reserve Bank of Philadelphia Working Paper*, No. 08-11.
- Fallick, Bruce y Fleischman Charles (2004), “Employer-to-Employer Flows in the U.S. Labor Market: The Complete Picture of Gross Worker Flows,” *Finance and Economics Discussion Series 2004-34*, Board of Governors of the Federal Reserve System.
- Fujita, Shigeru y Ramey, Garey (2006), “The Cyclicalities of Job loss and Hiring,” *Federal Reserve Bank of Philadelphia Working Paper*, No. 06-17.
- Fujita, Shigeru y Ramey, Garey (2007), “Reassessing the Shimer Facts,” *Federal Reserve Bank of Philadelphia Working Paper*, No. 07-2.
- Fujita, Shigeru y Ramey, Garey (2009), “The Cyclicalities of Separation and Job Finding Rates,” *International Economic Review*, vol. 50(2), 415-430.

- García René (1998), "Asymptotic Null Distribution of the Likelihood Ratio Test in Markov Switching Models," *International Economic Review*, vol. 39(3), 763-788.
- Hall, Robert (2005a), "Employment Fluctuations with Equilibrium Wage Stickiness," *American Economic Review*, vol 95(1), 50-65.
- Hall, Robert (2005b), "Job Loss, Job Finding, and Unemployment in the U.S. Economy over the Past Fifty Years," *NBER Macroeconomics Annual*, 101-137.
- Hall, Robert (2005c), "Employment Efficiency and Sticky Wages: Evidence from Flows in the Labor Market," *Review of Economics and Statistics*, 87(3), 397-407.
- Hamilton, James (1989), "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle," *Econometrica*, vol. 57, 357-384.
- Hamilton, James (2008), "Regime-Switching Models," en: Steven Durlauf and Lawrence Blume (eds.), *New Palgrave Dictionary of Economics*, 2nd edition, Palgrave MacMillan Ltd.
- Hansen, Bruce E. (1992), "The likelihood ratio test under non-standard conditions: Testing the Markov switching model of GNP," *Journal of Applied Econometrics*, vol. 7, 61-82.
- Hobijn, Bart, Franses Phillips H. y Ooms, Marius (2004), "Generalizations of the KPSS-test for Stationarity," *Statistica Neerlandica*, vol. 58(4), 483-502.
- Hu, Hyeon-Seung (2005), "A Simple Test of Exogeneity for Recursive Structured VAR Models," *Applied Economics*, vol. 37(20), 2307-2313.
- Kim, Chiang-Jin, y Nelson, Charles R. (1999), "Has the U.S. Economy Become More Stable? A Bayesian Approach Based on a Markov-Switching Model of the Business Cycle," *Review of Economics and Statistics*, vol. 81(4), 608-616.
- Krolzig, Hans M. (1997), "Markov Switching Vector Autoregressions: Modelling Statistical Inference and Application to Business Cycle Analysis," Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 454, Springer-Verlag, Berlin.
- Krolzig Hans M. (1998), "Econometric Modelling of Markov-Switching Vector Autoregressions Using MSVAR for OX," *Discussion Paper*, Institute of Economics and Statistics, University of Oxford.
- Krolzig Hans M., Marcellino, Massimiliano y Mizon, Grayham E. (2002), "A Markov Switching Vector Equilibrium Correction Model of the UK Labour Market," *Empirical Economics*, vol. 27, 233-254.
- Krolzig Hans M. y Toro, Juan (2001), "A New Approach to the Analysis of Business Cycle Transitions in a Model of Output and Employment," *Economics Series Working Paper*, University of Oxford, Department of Economics.
- Kwiatkowski Denis, Phillips Peter C.B., Schmidt Peter y Shin Yongcheol (1992), "Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root: How Sure Are We that Economic Time Series Have a Unit Root?," *Journal of Econometrics*, vol 54, 159-178.
- López, Hugo (2010), "El Mercado Laboral Colombiano: Tendencias de Largo Plazo y Sugerencias de Política," Borradores de Economía, Banco de la República, No. 606.

- López, Hugo (2011), "Empleo Moderno y Empleo Informal Urbano en Colombia: Dinámica de Largo y Corto Plazo," mimeo, Banco de la República.
- López, Hugo y Tamayo, Jorge A. (2011), "Análisis del Impacto del Salario Mínimo sobre los Salarios Reales de la Economía Colombiana," mimeo, Banco de la República.
- McAdam, Peter (2007), "US, Japan and the Euro Area: Business-Cycle Features and International Linkages," *International Review of Applied Economics*, vol. 21(1), 135-156.
- McQueen, Grant y Thorley, Steven (1993), "Asymmetric Business Cycle Turning Points," *Journal of Monetary Economics*, vol 31, 341-362.
- Mejía, Daniel, Ramirez Maria T. y Tamayo Jorge A. (2008), "The Demographic Transition in Colombia: Theory and Evidence," Borradores de Economía, Banco de la República, No. 538.
- Mortensen, Dale y Pissarides, Christopher (1994), "Job Creation and Job Destruction in the Theory of Unemployment," *Review of Economic Studies*, vol. 61, 397-415.
- Mortensen, Dale y Pissarides, Christopher (1999), "New Developments in Models of Search in the Labor Market," en: O. Ashenfelter and D. Card (eds.), *Handbook of Labor*, Amsterdam: North Holland, 2567-2627.
- Newey Whitney K. y West Kenneth D. (1994), "Automatic Lag Selection in Covariance Matrix Estimation," *Review of Economic Studies*, 61, 631-653.
- Ng, Serena y Perron, Pierre (2001), "Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power," *Econometrica*, vol. 69(6), 1519-1554.
- Pascalau, Razvan (2010). "Unit root tests with smooth breaks: an application to the Nelson-Plosser data set," *Applied Economics Letters*, vol. 17(6), 565-570.
- Posada, Carlos E. y González, Andrés (1997), "El Mercado Laboral Urbano: Empleo, Desempleo y Salario Real en Colombia ente 1985 y 1996," *Borradores de Economía* Banco de la República , No. 184.
- Raj, B. (2002), "Asymmetries of the Business Cycle: The Markov Switching Approach," en: Ullah, *et al.* (Eds) *Handbook of Applied Econometrics and Statistical Inference*, 687-710.
- Roberts, Mark J. y Emmanuel Skoufias (1997), "The Long-Run Demand for Skilled and Unskilled Labor in Colombian Manufacturing Plants," *The Review of Economics and Statistics*, vol 79(2), 330-334.
- Santa María, Mauricio, García, Fabián y Mujica, Ana Virginia (2009), "Los Costos no Salariales y el Mercado Laboral: Impacto de la Reforma a la Salud en Colombia," Working Paper, No 43, Fedesarrollo.
- Sánchez, Fabio, Duque, Valentina y Ruiz, Mauricio (2009), "Costos Laborales y no Laborales y su Impacto sobre el Desempleo, la Duración del Desempleo y la Informalidad en Colombia, 1980-2007," Documentos Cede, No 11, Universidad de los Andes.
- Shimer, Robert (2005a), "The Cyclical Behavior of Equilibrium Unemployment and Vacancies," *American Economic Review*, vol. 95(1), 25-49.
- Shimer, Robert (2005b), "The Cyclical Behavior of Hires, Separations, and Job-to-Job Transitions," *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, vol. 87(4), 493-507.

- Shimer, Robert (2007), "Reassessing the Ins and Outs of Unemployment," *NBER Working Paper*, No. 13421.
- Sichel, Daniel E. (1993), "Business Cycle Asymmetry: A Deeper Look," *Economic Inquiry*, vol. 31, 224-236.
- Sims, Christopher (1980), "Macroeconomics and Reality," *Econometrica*, vol. 48(1), 1-48.
- Stock, James H., y Watson, Mark W. (2002), "Has the Business Cycle Changed and Why?" en: Mark Gertler and Kenneth Rogoff, eds., *NBER Macroeconomics Annual 2002*. Cambridge MA, MIT Press, 159-218.
- Tamayo Jorge A. (2008), "La Tasa Natural de Desempleo en Colombia y sus Determinantes," *Borradores de Economía*, No. 491, Banco de la República.
- Tamayo, Jorge A. (2011), "La Participación Laboral y el Ciclo Económico: Algunas Regularidades," mimeo, Banco de la República.
- Tasci, Murat (2007), "On-the-Job Search and Labor Market Reallocation," *Working Paper*, Federal Reserve Bank of Cleveland, No 07-25.
- Tillmann, Peter (2003), "The Regime-Dependent Determination and Credibility: A New Look at European Interest Rate Differentials," *German Economic Review*, vol. 4, 409-431.
- Valderrama, Fanny M. (1997), "Trimestralización del Producto Interno Bruto por el Lado de la Oferta," *Archivos de Macroeconomía*, Departamento Nacional de Planeación, No. 054.
- Vivas, Alejandro, Farné Stefano y Urbano, Dagoberto (1998). "Estimaciones de Funciones de Demanda de Trabajo Dinámicas para la Economía Colombiana, 1980-1996," *Archivos de Macroeconomía*, Departamento Nacional de Planeación, No. 092.
- Yashiv, Eran (2006a), "Evaluating The Performance of The Search and Matching Model," *European Economic Review*, vol. 50(4), 909-936.
- Yashiv, Eran (2006b), "U.S. Labor Market Dynamics Revisited," *IZA Discussion Paper*, No. 2445.

Anexo 1.

A.1.1 Pruebas de raíces unitarias

Cuadro A.1.1

Prueba de raíces unitaria

Variables: TEM, TEMN, SMN Y PIBP

Nombre de la prueba	Criterio de selección de rezagos	Estadístico	Valor crítico (5% Sign.)	Estadístico del test (TEM)	Estadístico del test (TEMN)	Estadístico del test (SMN)	Estadístico del test (PIBP)	Ho:
Ng-Perron(2001)	AIC modificado	Mza	-8,100	0,04207	-8,27422	-3,34810	-0,28850	Raíz unitaria
		MZt	-1,980	0,04677	-1,89719	-1,27061	-0,12652	
		MSB	0,233	1,11182	0,22929	0,37950	0,43854	
		MPT	3,170	68,22310	3,47720	7,30385	15,58650	
Elliott-Rothenberg-Stock (1996)	AIC modificado	Estadístico P	3,112	8,77909	5,48779	8,41252	20,89352	Raíz unitaria
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992)	AIC modificado	Estadístico LM	0,463	0,17762	0,89184	0,08151	0,84511	Estacionariedad

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro A.1.2

Prueba de raíces unitaria

Variables: TEM($\Delta\%$), TEMN($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) Y PIBP($\Delta\%$)

Nombre de la prueba	Criterio de selección de rezagos	Estadístico	Valor crítico (5% Sign.)	Estadístico del test (TEM)	Estadístico del test (TEMN)	Estadístico del test (SMN)	Estadístico del test (PIBP)	Ho:
Ng-Perron(2001)	AIC modificado	Mza	-8,100	-11,95870	-4,23986	-3,25014	-4,23986	Raíz unitaria
		MZt	-1,980	-2,44521	-1,32559	-1,21262	-1,32559	
		MSB	0,233	0,20447	0,31265	0,37310	0,31265	
		MPT	3,170	2,04896	5,97541	7,48021	5,97541	
Elliott-Rothenberg-Stock (1996)	AIC modificado	Estadístico P	3,112	2,93828	5,98481	9,22705	5,93245	Raíz unitaria
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992)	AIC modificado	Estadístico LM	0,463	0,26172	0,32840	0,24446	0,41998	Estacionariedad

Fuente: cálculos del autor.

A.1.2 Estimación VAR(p) lineal

Cuadro A.1.3

Prueba de autocorrelación LM			Prueba de normalidad, J-B Lutkepohl (2006)		
Modelo: TEM($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)			Modelo: TEM($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)		
Rezago	Estadístico-LM	<i>p</i> -valor	Tipo	Chi-cuadrado	<i>p</i> -valor
1	6,4761	0,6915	Kurtosis	12,245	0,007
2	11,4647	0,2452	Sesgo	42,488	0,000
3	16,9585	0,0494	Jarque-Bera	79,531	0,000
4	61,9860	0,0000			
5	9,4532	0,3965			
6	8,0831	0,5258			
7	18,3986	0,0308			
8	16,7772	0,0523			

Prueba de heterocedasticidad		
Modelo: TEM($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)		
Tipo	Chi-cuadrado	<i>p</i> -valor
Sin términos cruzados	67,310	0,635
Términos cruzados	51,965	0,451

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro A.1.4

Prueba de autocorrelación LM			Prueba de normalidad, J-B Lutkepohl (2006)		
Modelo: TEMN($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)			Modelo: TEMN($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)		
Rezago	Estadístico-LM	<i>p</i> -valor	Tipo	Chi-cuadrado	<i>p</i> -valor
1	4,7389	0,8564	Kurtosis	7,413	0,060
2	8,6361	0,4715	Sesgo	7,818	0,050
3	16,2246	0,0623	Jarque-Bera	6,000	0,019
4	60,9102	0,0200			
5	6,9834	0,6388			
6	10,1813	0,3360			
7	17,6880	0,0900			
8	9,8926	0,3593			

Prueba de heterocedasticidad		
Modelo: TEM($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)		
Tipo	Chi-cuadrado	<i>p</i> -valor
Sin términos cruzados	45,077	0,345
Términos cruzados	61,965	0,406

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro A.1.5

Prueba de exogenidad conjunta (prueba de Wald)
Variables del modelo: TEM, SMN Y PIBP

Variable dependiente	Chi-cuadrado	<i>p</i> -valor
TEM	8,8475	0,1823
SMN	1,8367	0,9341
PIBP	3,4908	0,7452

Fuente: cálculos del autor.

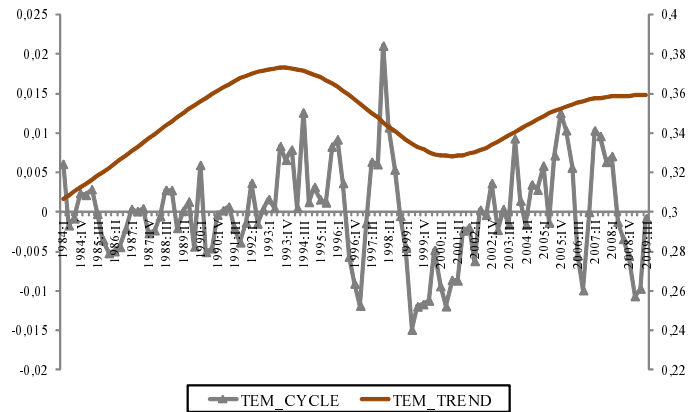
Cuadro A.1.6
 Prueba de exogenidad conjunta (prueba de Wald)
 Variables del modelo: TEMN, SMN Y PIBP

Variable dependiente	Chi-cuadrado	p-valor
TEMN	2,8686	0,5801
SMN	3,8823	0,4222
PIBP	4,9849	0,2889

Fuente: cálculos del autor.

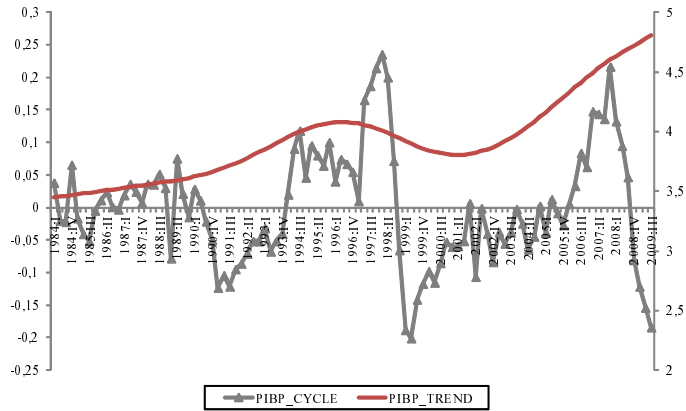
A.1.3 Comparación entre componente cíclico y tendencial: variables empleadas en los modelos 1 y 2

Gráfico A.1.1
 Componente cíclico y tendencial: tasa de empleo moderno.



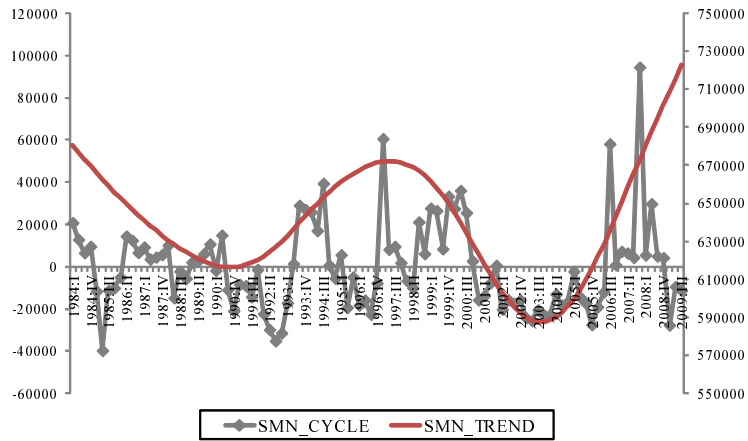
Fuente: cálculos del autor.

GráficoA.1.2
Componente cíclico y tendencial: PIB por PET



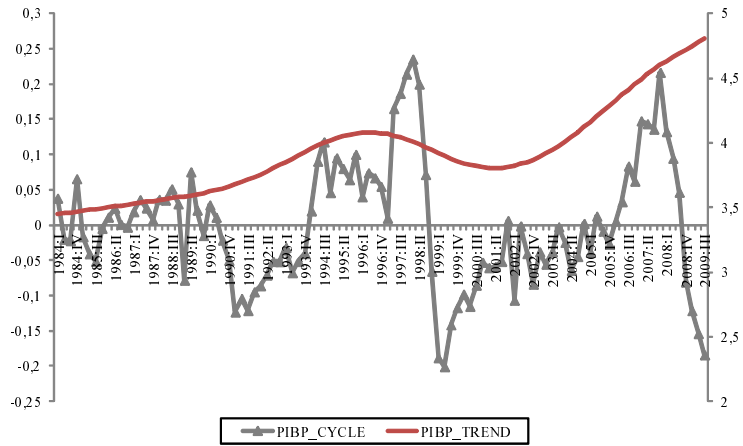
Fuente: cálculos del autor.

Gráfico A.1.3
Componente cíclico y tendencial: salario moderno no calificado



Fuente: cálculos del autor.

Gráfico A.1.4
Componente cíclico y tendencial: tasa de empleo moderno no calificado



Fuente: cálculos del autor.

A.1.4 Estimación del modelo $MS - VAR(p)$

A.1.4.1 Resultados de la estimación del modelo 1: $TEM(\Delta\%)$, $SMN(\Delta\%)$ y $PIBP(\Delta\%)$

Cuadro A.1.7
Parámetros autorregresivos
Modelo 1: $TEM(\Delta\%)$, $SMN(\Delta\%)$ y $PIBP(\Delta\%)$

Régimen 1			
	DTEM	DPIBP	DSMN
C1	-0,022431	-0,014326	-0,017094
DTEM_1	0,279834	-0,471883	-0,640515
DTEM_2	0,278728	0,380841	0,559168
DTEM_3	-0,304959	-0,509264	-0,046614
DPIBP_1	0,754305	1,353516	-0,046001
DPIBP_2	-0,83508	-0,38613	0,000596
DPIBP_3	0,423908	0,059326	0,020146
DSMN_1	-0,092727	-0,088335	0,231084
DSMN_2	0,025579	0,148761	0,190493
DSMN_3	-0,049112	-0,032933	0,02409
Régimen 2			
	DTEM	DPIBP	DSMN
C2	0,019196	0,009432	-0,011917
DTEM_1	0,031521	-0,294325	0,618568
DTEM_2	0,449828	-0,069162	-0,98724
DTEM_3	-0,397572	0,017901	0,666529
DPIBP_1	-0,136278	0,224615	-0,364716
DPIBP_2	-0,194765	0,287992	0,282914
DPIBP_3	0,539832	0,386479	-0,59333
DSMN_1	-0,306997	-0,071606	0,57346
DSMN_2	0,257511	0,018901	0,031215
DSMN_3	-0,012964	0,06512	-0,059005
Régimen 3			
	DTEM	DPIBP	DSMN
C3	0,018326	0,021951	0,026213
DTEM_1	0,414924	-0,036314	-0,162616
DTEM_2	-0,072796	-0,033284	0,253768
DTEM_3	-0,397399	0,252696	0,250469
DPIBP_1	-0,024641	0,267414	-0,929427
DPIBP_2	-0,07959	0,041369	0,114881
DPIBP_3	0,167002	0,079809	1,001129
DSMN_1	-0,124177	-0,082496	0,17852
DSMN_2	0,050754	0,129738	0,193997
DSMN_3	-0,002983	0,081336	0,040207

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro A.1.8

Valores t : p parámetros autorregresivos

Modelo 1: TEM($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

Régimen 1			
	DTEM	DPIBP	DSMN
C1	-4,745	-3,700	-1,219
DTEM_1	1,551	-3,248	-1,219
DTEM_2	1,532	2,547	1,060
DTEM_3	-1,876	-3,888	-0,100
DPIBP_1	3,964	8,720	-0,084
DPIBP_2	-3,099	-1,739	0,001
DPIBP_3	2,173	0,369	0,035
DSMN_1	-1,756	-1,394	1,000
DSMN_2	0,413	2,905	1,049
DSMN_3	-1,787	-0,637	0,132
Régimen 2			
	DTEM	DPIBP	DSMN
C2	7,398	2,763	-2,933
DTEM_1	0,233	-1,673	2,980
DTEM_2	3,162	-0,376	-4,544
DTEM_3	-3,275	0,115	3,581
DPIBP_1	-0,955	1,251	-1,691
DPIBP_2	-1,279	1,489	1,252
DPIBP_3	4,127	2,346	-3,029
DSMN_1	-3,220	-0,654	4,571
DSMN_2	3,943	0,225	0,312
DSMN_3	-0,185	0,740	-0,571
Régimen 3			
	DTEM	DPIBP	DSMN
C3	2,021	4,905	0,985
DTEM_1	2,275	-0,401	-0,306
DTEM_2	-0,399	-0,366	0,474
DTEM_3	-2,344	3,003	0,502
DPIBP_1	-0,087	1,929	-1,100
DPIBP_2	-0,260	0,272	0,128
DPIBP_3	0,715	0,689	1,463
DSMN_1	-1,738	-2,302	0,919
DSMN_2	0,510	2,604	0,700
DSMN_3	-0,030	1,650	0,138

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro A.1.9

Matriz de correlaciones contemporáneas

Modelo 1: TEM($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

Régimen 1

	DTEM	DPIBP	DSMN
DTEM	1,0000	0,3122	-0,4340
DPIBP	0,3122	1,0000	-0,1672
DSMN	-0,4340	-0,1672	1,0000

Régimen 2

	DTEM	DPIBP	DSMN
DTEM	1,0000	0,5068	-0,3245
DPIBP	0,5068	1,0000	-0,0348
DSMN	-0,3245	-0,0348	1,0000

Régimen 3

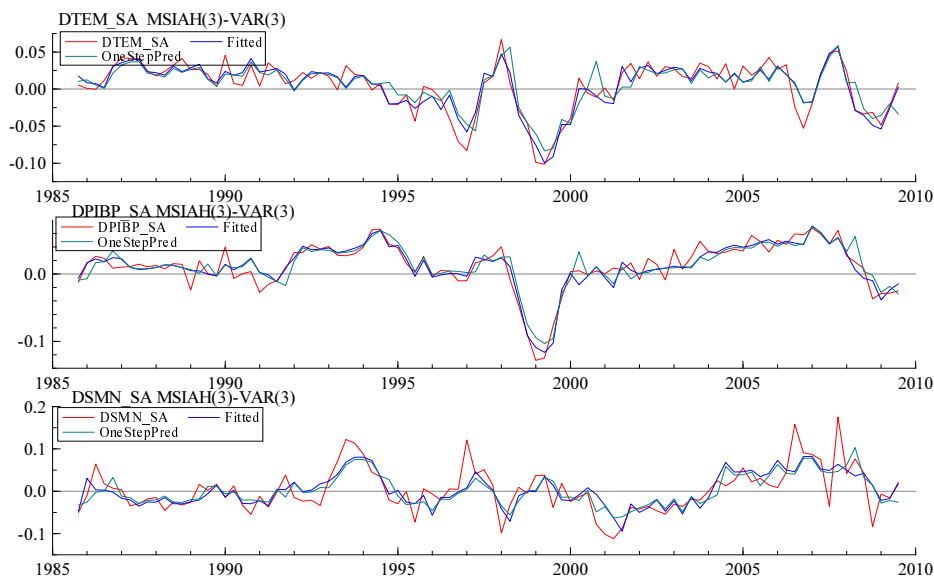
	DTEM	DPIBP	DSMN
DTEM	1,0000	-0,5802	-0,3008
DPIBP	-0,5802	1,0000	0,2043
DSMN	-0,3008	0,2043	1,0000

Fuente: cálculos del autor.

A.1.4.2 Pruebas de estimación del modelo 1: TEMN($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

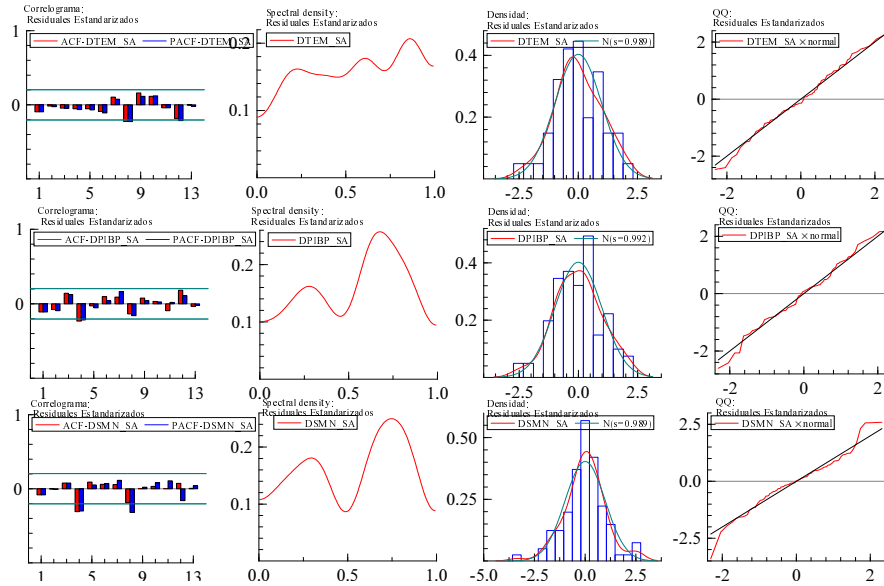
Gráfico A.1.5

Pronóstico y ajuste del modelo: filtrado y un “paso” hacia adelante



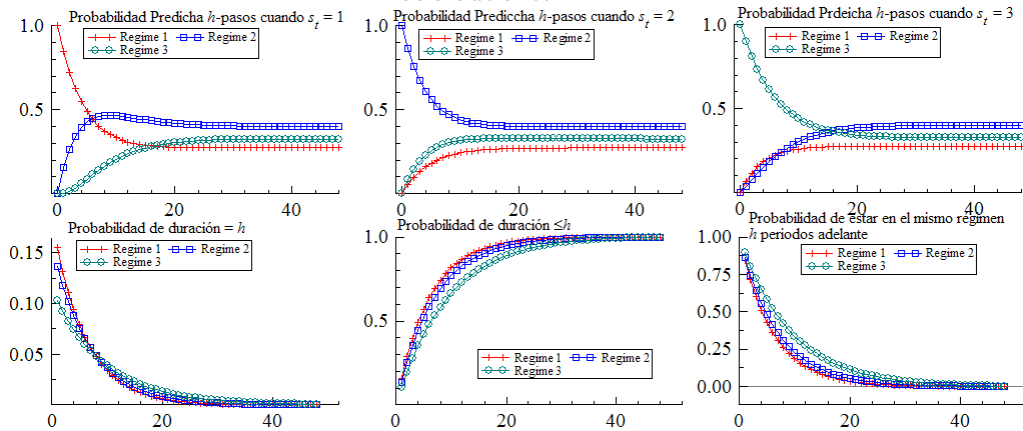
Fuente: Cálculos propios.

Gráfico A.1.6
Análisis residuales estandarizados: correlograma, densidad y QQ



Fuente: cálculos del autor.

Gráfico A.1.7
Análisis de probabilidades de transición: contemporáneas y h "pasos" hacia adelante



Fuente: cálculos del autor.

A.1.4.3 Resultados de estimación del modelo 2: $TEMN(\Delta\%)$, $SMN(\Delta\%)$ y $PIBP(\Delta\%)$

Cuadro A.1.10
Parámetros autorregresivos

Modelo 2: $TEMN(\Delta\%)$ $SMN(\Delta\%)$ y $PIBP(\Delta\%)$

Régimen 1			
	DTEMN	DPIBP	DSMN
C1	-0,07219	0,00330	-0,01339
DTEMN_1	0,51835	0,04040	-1,08710
DTEMN_2	-0,53951	0,06044	1,38410
DPIBP_1	-0,09021	1,59942	-0,05897
DPIBP_2	0,17620	-0,82479	-0,30456
DSMN_1	-0,48922	0,14260	0,34800
DSMN_2	-0,04900	0,02718	0,24774
Régimen 2			
	DTEMN	DPIBP	DSMN
C2	0,01552	0,00846	-0,00595
DTEMN_1	0,50675	-0,00714	0,09790
DTEMN_2	-0,02725	0,03317	-0,13658
DPIBP_1	-0,91332	0,30504	-0,11515
DPIBP_2	0,17655	0,25126	-0,00439
DSMN_1	0,01047	0,06236	0,34444
DSMN_2	0,12606	0,09701	0,21020
Régimen 3			
	DTEMN	DPIBP	DSMN
C3	0,004699	0,019443	0,022389
DTEMN_1	0,169374	-0,029527	0,448671
DTEMN_2	0,102871	-0,00752	0,184373
DPIBP_1	0,098521	0,523446	-0,735005
DPIBP_2	0,010532	-0,010777	0,973476
DSMN_1	-0,19153	-0,07344	0,463677
DSMN_2	0,128346	0,122547	0,050073

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro A.1.11

Valores *t*: parámetros autorregresivos

Modelo 2: TEMN($\Delta\%$) SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

Régimen 1

	DTEMN	DPIBP	DSMN
C1	-5,2237	0,2927	-0,4947
DTEMN_1	2,3055	0,2340	-2,5728
DTEMN_2	-2,2305	0,3350	3,0646
DPIBP_1	-0,3657	8,7123	-0,1286
DPIBP_2	0,7160	-4,4671	-0,6613
DSMN_1	-2,8568	1,1480	1,1207
DSMN_2	-0,4494	0,3372	1,2287

Régimen 2

	DTEMN	DPIBP	DSMN
C2	4,357	2,5797	-1,6902
DTEMN_1	6,2883	-0,0923	1,22
DTEMN_2	-0,3495	0,4431	-1,688
DPIBP_1	-6,7947	2,3497	-0,8647
DPIBP_2	1,2166	1,8119	-0,0304
DSMN_1	0,1658	1,051	5,5193
DSMN_2	2,0834	1,6527	3,358

Régimen 3

	DTEMN	DPIBP	DSMN
C3	0,2561	4,9921	0,8645
DTEMN_1	0,6923	-0,6212	1,298
DTEMN_2	0,4405	-0,157	0,5557
DPIBP_1	0,1248	3,2436	-0,6656
DPIBP_2	0,0149	-0,0761	0,9806
DSMN_1	-0,8849	-1,7407	1,5185
DSMN_2	0,5475	2,6763	0,1516

Fuente: cálculos del autor.

Cuadro A.1.12

Matriz de correlaciones contemporáneas

Modelo 2: TEMN($\Delta\%$) SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

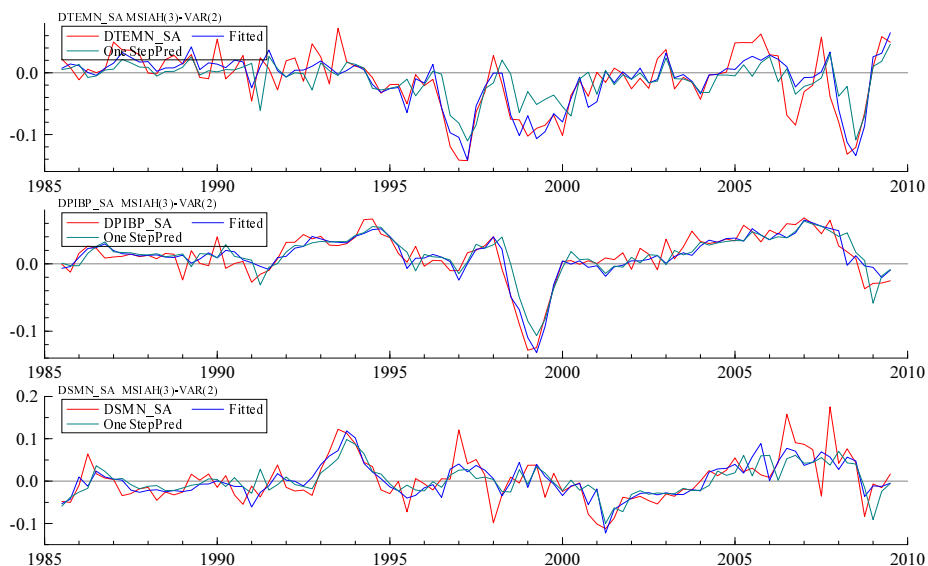
Régimen 1			
	DTEMN	DPIBP	DSMN
DTEMN	1,0000	-0,0997	-0,8023
DPIBP	-0,0997	1,0000	0,0652
DSMN	-0,8023	0,0652	1,0000
Régimen 2			
	DTEMN	DPIBP	DSMN
DTEMN	1,0000	0,3457	-0,3114
DPIBP	0,3457	1,0000	0,0281
DSMN	-0,3114	0,0281	1,0000
Régimen 3			
	DTEMN	DPIBP	DSMN
DTEMN	1,0000	-0,7942	-0,5802
DPIBP	-0,7942	1,0000	0,5975
DSMN	-0,5802	0,5975	1,0000

Fuente: cálculos del autor.

A.1.4.4 Pruebas de estimación del modelo 2: TEMN($\Delta\%$), SMN($\Delta\%$) y PIBP($\Delta\%$)

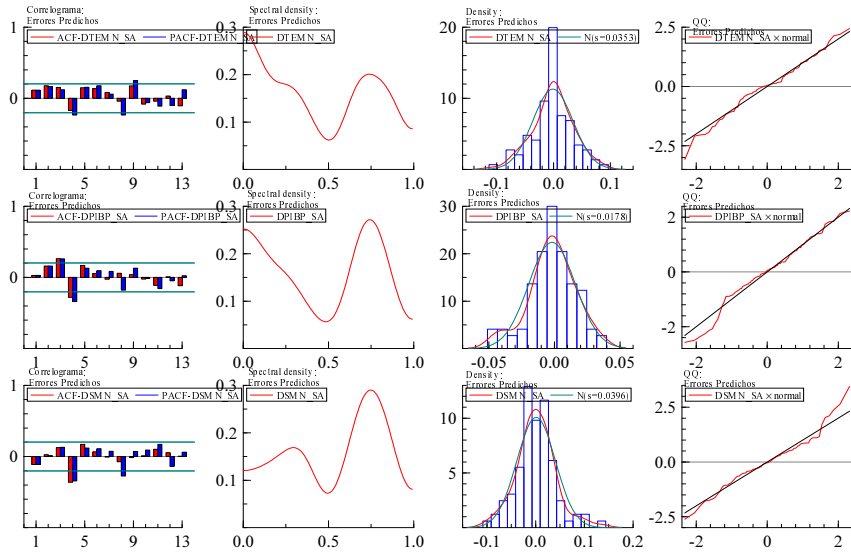
Gráfico A.1.8

Pronóstico y ajuste del modelo: filtrado y un “paso” hacia adelante



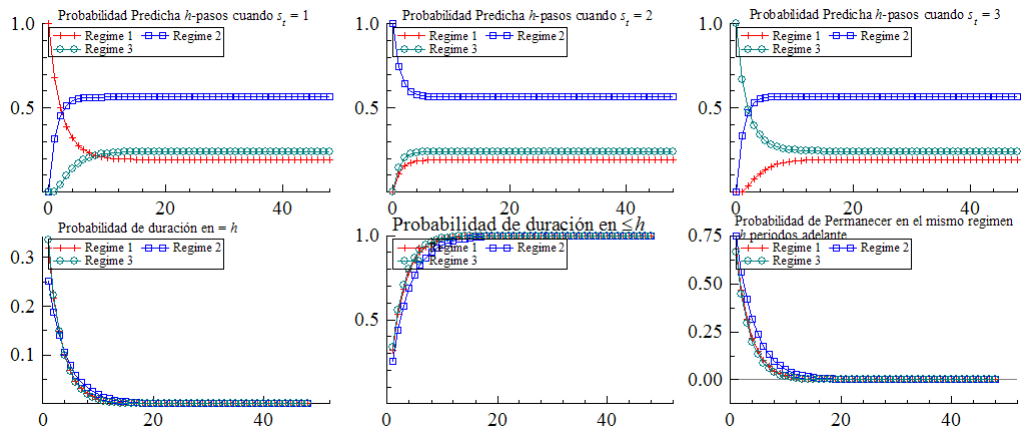
Fuente: cálculos del autor.

Gráfico A.1.9
Análisis residuales estandarizados: correlograma, densidad y QQ



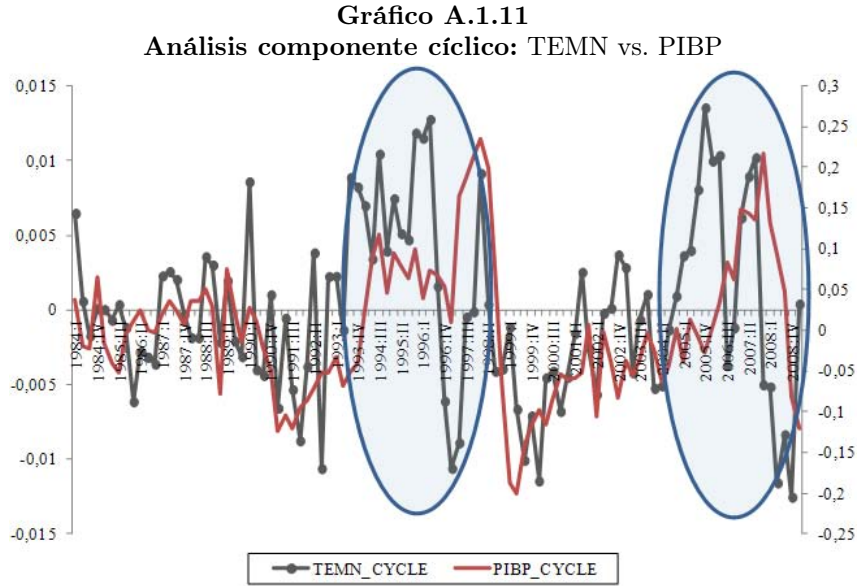
Fuente: cálculos del autor.

Gráfico A.1.10
Análisis de probabilidades de transición: contemporáneas y h “pasos” hacia adelante



Fuente: cálculos del autor.

A.1.4.5 Gráfico comparación componente cíclico de TEMN y PIBP



Fuente: cálculos del autor.

Anexo 2: metodología

Esta sección presenta las características generales del modelo $MS(M) - VAR(p)$ (*Markov Switching-VAR Models*; o modelos multivariados con cambio de régimen), siguiendo de cerca la notación desarrollada en Krolzig(1997). Primero se presenta la especificación general del modelo $MS(M) - VAR(p)$, en seguida se muestra el proceso generador de datos de dicho proceso y, por último, se muestra su respectivo método de estimación.

A.2.1 El modelo $MS(M)$ - $VAR(p)$

La ecuación 1 presenta la especificación más general del modelo $MS(M) - VAR(p)$ para un proceso K -dimensional y_t , donde tanto los parámetros autoregresivos, como los interceptos y matriz de varianza-covarianza dependen del régimen $s_t = i$, para $i = 1, \dots, M$. En esta especificación se supone que u_t es un proceso K -dimensional idénticamente normal distribuido con media cero y varianza I_k ; esto es: $u_t \sim NID(0, I_K)$

$$y_t = \begin{cases} v_1 + A_{11}y_{t-1} + A_{21}y_{t-2} + \cdots + A_{p1}y_{t-p} + \sum_1^{1/2} u_t, & \text{si } s_t = 1 \\ v_M + A_{1M}y_{t-1} + A_{2M}y_{t-2} + \cdots + A_{pM}y_{t-M} + \sum_M^{1/2} u_t, & \text{si } s_t = M \end{cases} \quad (1)$$

La principal característica de estos modelos $MS(M) - VAR(p)$ es el supuesto de que la realización no observable de s_t sigue un proceso de Markov (cadena oculta de Markov de primer orden) con matriz de transición P ergódica e irreducible, y con un número de estados finitos.

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1M} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M1} & p_{M2} & \cdots & p_{MM} \end{bmatrix}$$

donde, $p_{ij} = \Pr(s_{t+1} = j | s_t = i)$

De esta forma, si denotamos a ξ_t como el vector indicador de los estados no observables del sistema, se cumple que $\mathbf{1}'_M \xi_t = 1$ así como $\xi_t' \xi_t = 1$. Adicionalmente, dada la naturaleza de s_t se cumple que $\Pr(\xi_{t+1} | \xi_t, \xi_{t-1}, \dots; y_t, y_{t-1}, \dots) = \Pr(\xi_{t+1} | \xi_t)$.

Por último, denotaremos las probabilidades ergódicas como $\bar{\xi} = E[\xi_t]$, tal que se satisface que $P' \bar{\xi} = \bar{\xi}$.

A.2.2 Proceso generador de datos

Dado que suponemos que el término de error en la ecuación 1 se distribuye normal e idénticamente, la función de densidad condicional (al estado m) también tiene una distribución normal, tal que:

$$p(y_t | \xi_t = \iota_m, Y_{t-1}) = \ln(2\pi)^{-1/2} \ln \left| \sum \right|^{-1/2} \exp \left\{ (y_t - \bar{y}_{mt})' \sum_m^{-1} (y_t - \bar{y}_{mt}) \right\}$$

donde $\bar{y}_{mt} = E[y_t | \xi_t, Y_{t-1}]$.

Ahora bien, si suponemos que la información disponible hasta $t-1$ consiste únicamente en los valores premuestrales y los estados de la cadena de Markov hasta ξ_{t-1} , la función condicional de y_t , $p(y_t | \xi_t = \iota_m, Y_{t-1})$, es una mezcla de funciones normales, tal que:

$$\begin{aligned} p(y_t | \xi_t = \iota_i, Y_{t-1}) &= \sum_{m=1}^M p(y_t, \xi_t = \iota_m | \xi_t = \iota_i, Y_{t-1}) \\ &= \sum_{m=1}^M p(y_t | \xi_t = \iota_m, \xi_{t-1} = \iota_i, Y_{t-1}) \Pr(\xi_t = \iota_m | \xi_{t-1} = \iota_i, Y_{t-1}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{m=1}^M p(y_t | \xi_t = \iota_m, Y_{t-1}) \Pr(\xi_t = \iota_m | \xi_{t-1} = \iota_i) \\
&= \sum_{m=1}^M p_{im} p(y_t | \xi_t = \iota_m, Y_{t-1}) \tag{2}
\end{aligned}$$

lo cual es la suma de distribuciones normales ponderadas por la probabilidad de transición de la serie a cada uno de los estados. Agrupando en η las densidades de cada uno de los regímenes,

$$\eta = \begin{bmatrix} p(y_t | \xi_t = \iota_1, Y_{t-1}) \\ \vdots \\ p(y_t | \xi_t = \iota_M, Y_{t-1}) \end{bmatrix}$$

entonces, la función condicional de y_t va a estar dada por,

$$p(y_t | \xi_{t-1}, Y_{t-1}) = \eta' P' \xi_t$$

Aplicando un razonamiento similar al anterior, la función de densidad de y_t condicionada a la información dada hasta $t-1$ únicamente va a estar dada por,

$$\begin{aligned}
p(y_t | Y_{t-1}) &= \sum_{m=1}^M p(y_t, \xi_{t-1} = \iota_m | Y_{t-1}) \\
&= \sum_{m=1}^M \frac{p(y_t, \xi_{t-1} = \iota_m, Y_{t-1})}{p(Y_{t-1})} \\
&= \sum_{m=1}^M \frac{p(y_t | \xi_{t-1} = \iota_m, Y_{t-1})}{p(Y_{t-1})} p(\xi_{t-1} = \iota_m, Y_{t-1}) \\
&= \sum_{m=1}^M p(y_t | \xi_{t-1} = \iota_m, Y_{t-1}) p(\xi_{t-1} = \iota_m | Y_{t-1}) \\
&= \eta' P' \xi_{t-1|t-1}
\end{aligned}$$

De esta forma, la distribución de la serie en cada uno de los regímenes está completamente determinada de tres maneras diferentes: *i*) a partir únicamente de la información anterior Y_{t-1} , *ii*) a partir de la información anterior Y_{t-1} y el estado en $(t-1)$, ξ_{t-1} , o *iii*) para ξ_t .

A.2.3 Estimación: algoritmo EM y estimación por MV.

Basado en Hamilton (1989), Krolzig (1997) propone una versión multivariada del algoritmo EM (*expectation-maximization*) para llevar a cabo el proceso de estimación de los modelos $MS(M) - VAR(p)$, el cual se desarrolla en dos pasos.

En una primera etapa se estiman las probabilidades filtradas como suavizadas no observables de los regímenes. La primera de éstas hace referencia al caso en que se pretende inferir las probabilidades del estado en el tiempo t , basándose en la información disponible hasta este mismo punto.

$$\begin{aligned} p(\xi_t | Y_t) &= p(\xi_t | y_t, Y_{t-1}) = \frac{p(y_t | \xi_t, Y_{t-1}) \Pr(\xi_t | Y_{t-1})}{p(y_t | Y_{t-1})} \\ &= \frac{\eta_t \odot \xi_{t|t-1}}{1'_N (\eta_t \odot \xi_{t|t-1})} \end{aligned} \quad (3)$$

La ecuación anterior constituye un algoritmo de inferencia de las probabilidades de estado, el problema es que no emplea toda la información disponible hasta el momento T .

La segunda de estas sí aprovecha toda la información hasta el momento T , y se deduce a partir de expresar de manera recursiva la probabilidad de estado en el tiempo t , dada la información de la serie hasta el momento T ,

$$p(\xi_t | Y_T) = \sum_{\xi_{t+1}} p(\xi_t, \xi_{t+1} | Y_T) = \sum_{\xi_{t+1}} p(\xi_t | \xi_{t+1}, Y_T) p(\xi_{t+1} | Y_T)$$

Donde,

$$\begin{aligned} p(\xi_t | \xi_{t+1}, Y_T) &= \frac{p(Y_{t+1:T} | \xi_t, \xi_{t+1}, Y_t)}{p(Y_{t+1:T} | \xi_t, Y_t)} \Pr(\xi_t | \xi_{t+1}, Y_t) \\ &= \Pr(\xi_t | \xi_{t+1}, Y_t) \end{aligned}$$

$$p(\xi_t, \xi_{t+1} | Y_T) = \frac{p(\xi_t | Y_t) p(\xi_{t+1} | \xi_t)}{\Pr(\xi_{t+1} | Y_t)} \Pr(\xi_{t+1} | Y_T)$$

operando se encuentra que,

$$\xi_{t|T} = (F'(\xi_{t+1|T} \otimes \xi_{t+1|t})) \odot \xi_{t|t}$$

donde $F' = P$.

Una vez obtenemos las probabilidades filtradas y suavizadas, podemos maximizar (por ejemplo con el algoritmo *score*) la función de verosimilitud con las restricciones supuestas por s_t (dadas en la ecuación 4), reemplazando las probabilidades condicionadas de cada régimen por las suavizadas encontradas en el paso anterior, y eliminando la no linealidad de la función de verosimilitud.

$$\ln L(\lambda) = \left\{ \prod_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N p_{ij} \Pr(\xi_{t-1} = \iota_i | Y_{t-1}, \lambda) p(y_t | \xi_t = \iota_m, Y_{t-1}, \theta) \right\} \quad (4)$$

$$-\beta_1 (\mathbf{P}\mathbf{1}_M - \mathbf{1}_M) - \beta_2 (\mathbf{1}'_M \xi_0 - 1)$$

donde β_1, β_2 son multiplicadores de Lagrange, y θ y λ son los parámetros del modelo VAR y un vector de parámetros, respectivamente.

Este procedimiento se repite de forma recursiva hasta que los dos pasos anteriores converjan.