

**Banco de la República de Colombia
Subgerencia de Estudios Económicos**

**UN EXAMEN EMPIRICO DE LA CURVA DE PHILLIPS EN
COLOMBIA**

**Por:
Enrique López E.
Martha Misas A.**

Santafé de Bogotá, Marzo de 1999.

1. Introducción

La correcta comprensión de la relación entre la inflación y el desempleo es central para la conducción de la política monetaria. Ahora bien, en las discusiones sobre esa relación la curva de Phillips y la NAIRU (Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment) continúan ocupando un lugar central. Al parecer sigue siendo cierto, como afirma Solow (1976), que todo tiempo es bueno para reflexionar sobre la curva de Phillips¹, entendida esta como una ecuación simple que representa la relación entre la inflación y el producto. En ese sentido estamos convencidos de la utilidad analítica del concepto².

En nuestro caso la reflexión que se propone es esencialmente empírica: examinar los resultados de la estimación y la capacidad de previsión de diferentes versiones de una curva de Phillips lineal para Colombia. En último término, este tipo de ejercicio debe contribuir a dar respuesta a los interrogantes acerca de la magnitud de la pérdida de producto que se presenta durante la desinflación de la economía.

Antes de entrar en materia, es prudente recordar que somos conscientes de los inconvenientes que genera la utilización de una sola ecuación para explicar la inflación. El principal inconveniente se encuentra en que las expectativas de inflación se consideran exógenas en este tipo de ejercicios, cosa que no sucede en un modelo macroeconómico completo. Consideramos, sin embargo, que este tipo de instrumento es complementario a los modelos completos, en particular, por las dificultades inherentes a la construcción de estos últimos.

Con el fin de abordar la problemática, el documento se organiza en seis secciones incluida esta introducción. La segunda sección enmarca brevemente las discusiones teóricas y empíricas más importantes que hoy se presentan sobre el tema de la curva de Phillips. En la sección siguiente se estima una versión sencilla de la curva de Phillips con diferentes medidas de la brecha de producto. Ante la persistencia de las dificultades en la estimación, aún a pesar de las diferentes brechas de producto utilizadas, se proponen varias alternativas que se exploran en la sección cuarta. La sección quinta sugiere una metodología de elección para escoger los mejores modelos. La última sección concluye.

2. Algunas generalidades acerca de la curva de Phillips

Han pasado ya más de treinta y cinco años desde que Samuelson y Solow acuñaran el término curva de Phillips al referirse al trabajo de ese autor, y alrededor de treinta desde que Friedman planteara las bases analíticas del muy conocido y poco atractivo acrónimo NAIRU.

¹ Citado por Whelan (1997)

² Una argumentación interesante al respecto es presentada por Stiglitz (1997).

Desde entonces se han sucedido diferentes episodios en la historia de estos conceptos. Como Lucas y Sargent (1978) lo plantean, la curva de Phillips naufraga en los sesentas y comienzos de los setentas. Posteriormente, se desarrolla un modelo empírico conocido como el “modelo triangular” del proceso inflacionario que, en palabras de Gordon (1997), significa la resurrección de la curva de Phillips.

Hoy en día, a nuestro juicio, se dan dos discusiones principales en la literatura sobre curva de Phillips. Una primera vertiente se ha centrado en la discusión sobre la legitimidad de la curva de Phillips ampliada con expectativas, controvirtiendo la solidez del supuesto que normalmente se haga para derivarla. Se plantea como alternativa la construcción de una curva de salario. De otro lado, la preocupación se ha focalizado en el examen de la forma de la curva de Phillips de corto plazo, continuando con una vieja preocupación macroeconómica³.

2.1 Curva de Phillips versus curva de salarios. La relación dinámica entre salarios y desempleo.

Uno de los elementos centrales del debate reciente sobre la curva de Phillips ha sido la especificación de la ecuación dinámica de salarios. Mientras que el trabajo original relacionaba la inflación salarial nominal con el desempleo, la derivación de la curva de Phillips aceleracionista de Friedman (1968) hace la tasa esperada del incremento del salario real una función de la tasa de desempleo⁴. Si los trabajadores negocian en términos de salarios reales, no hay sitio para una disyuntiva (“tradeoff”) de largo plazo entre el desempleo y la inflación. Sin embargo, si las expectativas de inflación son adaptativas, sí existirá la disyuntiva en el corto plazo y el desempleo solo podrá ser mantenido por debajo de su tasa natural a expensas de una inflación creciente.

Veamos esto en detalle. La premisa según la cual el crecimiento esperado de la tasa de salarios reales depende de la tasa de desempleo puede ser expresada como:

$$w_t - p_t^e = w_{t-1} - p_{t-1} + g + \alpha - \beta u_t \quad (1)$$

Donde w y p son los logaritmos del nivel del salario y de los precios respectivamente, u es la tasa de desempleo, α es una constante y g es la tasa de crecimiento de la productividad, que se asume constante.

³ Una discusión importante es la planteada por Taylor J. (1996) “The inflation/output Variability Trade-off Revisited”. Este autor plantea que la disyuntiva importante es la que existe entre la variabilidad de la inflación y la del producto.

⁴ Hasta Friedman se aceptaba que una curva de Phillips estable era la mejor presentación concisa de la relación entre el desempleo y la inflación. Como se anota en el texto Friedman introdujo una función de expectativas en la curva de Phillips, de manera tal que la tasa de inflación debía depender del desempleo y de las expectativas de inflación. Friedman mostraba que en su modelo, la tasa esperada de inflación predice la tasa de inflación solamente cuando el desempleo se mantiene en su valor de equilibrio, la tasa natural.

El modelo supone que las expectativas de inflación son “backward looking”. En el caso más simple, se espera que la tasa de inflación del período iguale la tasa del período anterior ($p_t^e - p_{t-1} = p_{t-1} - p_{t-2}$), de esa forma se tiene:

$$\Delta w_t = \Delta p_{t-1} + g + \mathbf{a} - \mathbf{b}u_t \quad (2)$$

Esta última ecuación se traslada a una curva de Phillips aceleracionista, con el supuesto de que el “mark up” de precios sobre el costo unitario del trabajo es constante.

$$p_t = \mathbf{m} + w_t - x_t \quad (3)$$

Donde x_t es la productividad del trabajo. Esto da como resultado la curva de Phillips aceleracionista usual:

$$\Delta p_t = \Delta p_{t-1} + \mathbf{a} - \mathbf{b}u_t \quad (4)$$

Con una NAIRU dada por $u^* = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$, interpretada como una tasa de desempleo consistente con una inflación constante.

Para Blanchflower y Oswald (1994), el problema de este enfoque, usual en muchos modelos macroeconómicos, se encuentra en su punto de partida. De acuerdo a estos autores no es adecuado suponer que la tasa esperada del salario real de los individuos sea función de la tasa de desempleo. La alternativa es construir una curva de salario basada en regresiones de corte transversal entre regiones que capturen el comportamiento de los salarios y de la tasa de desempleo. De manera más precisa se tiene que las regiones indexadas con i , presentan una relación entre salarios y desempleo que tiene la siguiente forma:

$$\Delta w_{it} = \mathbf{a}_i + \Delta p_{t-1} - \mathbf{I}(w_{i,t-1} - p_{t-1} - x_{t-1}) - \mathbf{b}u_{it} + \mathbf{e}_{it} \quad (5)$$

Esta ecuación plantea que la tasa de salarios de la región i es función de la inflación rezagada –supuestamente igual en todas las regiones –, del salario real ajustado por productividad y de la tasa de desempleo regional.

Blanchard y Katz (1997) defienden la curva de Phillips tradicional con el argumento de que los estimativos de Blanchflower y Oswald no son válidos. Para ellos la verdadera relación microeconómica se aproxima acertadamente con la relación descrita entre el cambio en los salarios reales y la tasa de desempleo.

Whelan (1997) va más allá. Su trabajo muestra que la especificación apropiada de la dinámica del salario real a nivel microeconómico no es importante para la macroeconomía de la inflación de precios y salarios. Lo realmente importante es el supuesto que se establece acerca del comportamiento del “mark-up”. Si se asume que este último es constante, la especificación microeconómica no tiene implicaciones sobre las series

macroeconómicas de precios o salario. De otro lado, el uso de un supuesto alternativo de un “mark up” pro-cíclico muestra un ajuste superior a los datos, que el observado en el caso de margen constante.

2.2 Linearidad y asimetría de la curva de Phillips

El tema de la forma de la curva de Phillips ha merecido nuevamente una atención creciente. En general, la forma favorecida por los investigadores es la lineal, con una pendiente que es siempre la misma. Este tratamiento es visto como una simplificación ante la ausencia de datos necesarios para estimar adecuadamente cualquier tipo de no linealidad. Recientemente, con la posibilidad de trabajar con series más largas de datos, el escrutinio sobre la no-linealidad de la curva de Phillips, insinuada por la teoría, se ha hecho más intenso.

En la literatura teórica se ha observado una preocupación acerca de las asimetrías que pueden presentarse en la relación de corto plazo entre el producto y la inflación o por la variación en el tiempo de una relación, otras veces, lineal. La presencia de la asimetría responde a las condiciones macroeconómicas y los modelos más importantes dan un énfasis diferente a cada una de ellas.

El gráfico 1 prestado de Dupasquier et al. (1998) resume claramente la discusión. En los gráficos se relaciona la inflación con el producto y se considera que la interpretación de esta relación es equivalente a la de la relación entre desempleo e inflación⁵. El modelo tradicional de curva de Phillips aceleracionista muestra una relación lineal entre producto e inflación. En los otros modelos se constata la presencia de asimetrías en la relación entre producto e inflación o de cambios en el tiempo de una relación que en otro momento era lineal.

El segundo modelo considerado, denominado de *capacidad restringida*, supone que algunas firmas encuentran dificultades para incrementar su capacidad de producción en el corto plazo. Si una economía experimenta una vigorosa demanda agregada, el impacto en precios será cada vez mayor a medida que cada vez más firmas luchan con sus restricciones de capacidad. El modelo implica que la inflación se vuelva cada vez más sensible al exceso de demanda. En este contexto la curva de Phillips tiene una forma convexa como se observa en el gráfico. En este caso, si se presenta un exceso de demanda su impacto en inflación será más grande que la reducción que se daría si se presentara un exceso de oferta.

Se presenta también la representación gráfica del modelo de *extracción de señales* (misperception model) asociado al nombre de Lucas. En este modelo los agentes

⁵ La ley de Okun plantea que la brecha de desempleo y la de producto están estrechamente relacionadas. La ecuación de la ley de Okun relaciona el gap de desempleo con los valores corrientes y rezagados del logaritmo de la razón entre el PIB real actual y el natural.

encuentran dificultades para distinguir entre choques agregados y de precios relativos, dado que los choques no pueden ser observados directamente sino inferidos del comportamiento de los precios individuales. Las decisiones de producto están basadas en los movimientos estimados de los precios relativos. Lo importante al determinar la relación estadística entre precios e inflación es la magnitud del ruido en la señal de precios. Si los precios agregados son muy volátiles, poco puede inferirse acerca del comportamiento de los choques de precios relativos. En esas condiciones la variación de los precios individuales será atribuida a choque de precios agregados. Bajo esas circunstancias el producto responderá menos a los choques de demanda agregada si la volatilidad de precios es alta que si ella es baja. En este caso, y solo en este, la curva de Phillips puede ser lineal con pendiente que varía positivamente con la volatilidad de la inflación.

Un cuarto modelo, el modelo de *ajuste costoso* (costly adjustment model), implica una relación entre el producto y la inflación que varía con el nivel de esta última. En presencia de costos de menú, no todas las firmas cambian sus precios en respuesta a un choque particular de demanda. En este caso en el gráfico pueden darse dos líneas diferentes de acuerdo a la frecuencia y talla de los ajustes de precios que realicen las firmas.

En el modelo de ajuste costoso, el impacto del gap de producto sobre la desviación entre inflación actual y esperada depende del nivel promedio de la inflación. En este caso, las autoridades monetarias pueden encontrar mucho más difícil alcanzar una reducción de la inflación si esta ya es baja que si es alta. Esto significa que los beneficios de reducir la inflación tienen que ser suficientemente grandes para justificar una desinflación cuando la inflación ya es baja.

La representación gráfica del modelo de *rigidez salarial nominal a la baja* (downward nominal wage rigidity model), recoge la idea según la cual los trabajadores son más reacios a aceptar una caída de su salario nominal que en su salario real, debido a la presencia de ilusión monetaria o factores institucionales o de comportamiento. Si se tiene un entorno de baja inflación los salarios relativos se podrían ajustar lentamente llevando a ineficiencias en la asignación de recursos. La forma de la curva de Phillips se puede ver afectada por asimetrías con respecto al GAP de producto, originadas en la rigidez salarial a la baja cuando hay exceso de oferta y baja inflación.

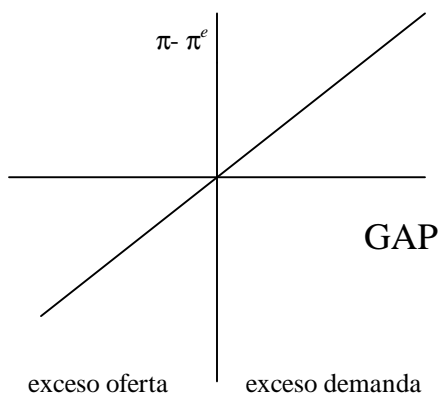
El modelo de *comportamiento monopolista competitivo* se refiere al comportamiento estratégico de las firmas, en cuanto a fijación de precios en mercados monopolistas u oligopolistas. Stiglitz (1986) y Fisher (1989) han presentado excelentes revisiones analíticas de los modelos que pueden generar rigideces salariales. Los productores bajan sus precios rápidamente antes de que sus competidores lo hagan. Por el contrario, no los subirán rápidamente, cuando ello sea factible, buscando dejar por fuera a la competencia. Este tipo de modelo sería compatible con una curva de Phillips cóncava en el corto plazo, como se observa en el sexto gráfico. Recientemente, Akerlof, Dickens y Perry (1996) proponen un modelo en que la rigidez de los salarios a la baja llevan a una disyuntiva de largo plazo entre la inflación y el producto. El quinto gráfico presenta la relación producto-inflación para aquellos modelos que especifican una disyuntiva de corto plazo dentro de esta perspectiva

teórica.

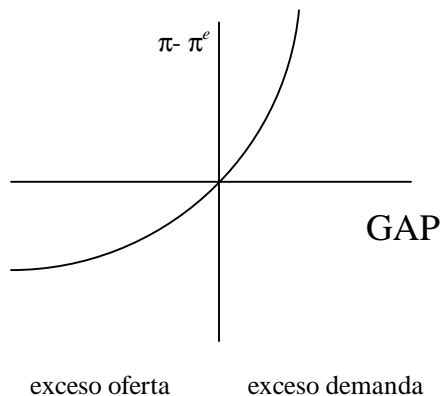
Gráfico 1

Diferentes tipos de relación producto e inflación

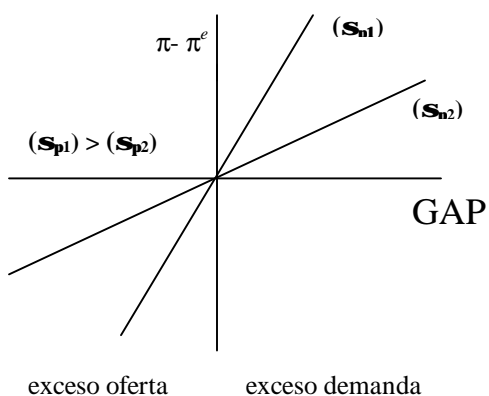
1. Modelo lineal



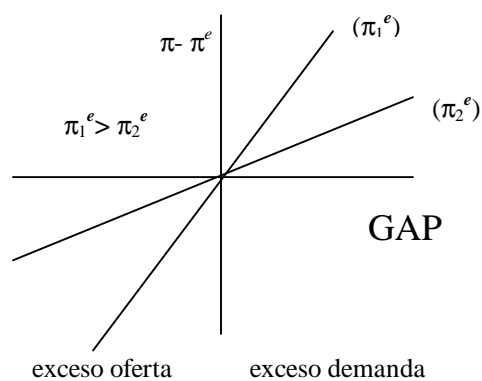
2. Capacidad Restringida



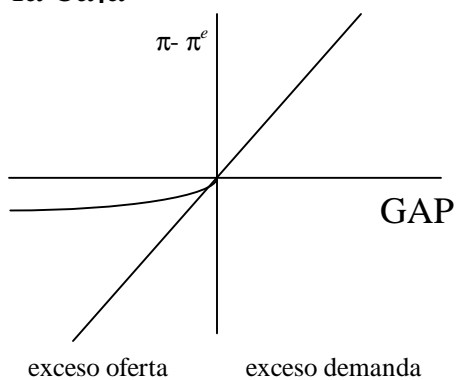
3. Extracción de señales



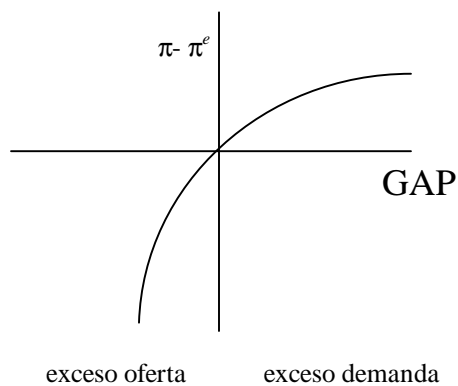
4. Ajuste costoso



5. Rigidez salarial nominal a la baja



6. Monopolista competitivo



1. 3 Los desarrollos empíricos

La evidencia empírica acerca de la naturaleza de la disyuntiva de corto plazo entre producto e inflación ha seguido diferentes direcciones. Gordon (1997) muestra como, después de 1970, la relación simple de Phillips fue corregida con la incorporación de los choques de oferta y de una disyuntiva de largo plazo igual a cero. De esa forma, se configura un modelo llamado triangular o triángulo en el que la inflación tiene tres determinantes básicos: inercia, demanda y oferta. Un ejemplo de una ecuación típica sería la siguiente:

$$\Delta p_t = a(L)\Delta p_{t-1} + b(L)D_t + c(L)z_t + e_t \quad (6)$$

Donde la variable dependiente es la tasa de inflación p_t , la inercia es proveída por la tasa de inflación rezagada. D_t es un índice de exceso de demanda, z_t es un vector de variables de choques de oferta y e_t es el error serial. La incorporación de los choques de oferta buscaba corregir la extraña relación que se presentaba entre inflación y desempleo, como consecuencia de un problema de variables omitidas.

Hay que hacer varias reflexiones sobre esta forma funcional. En un primer momento, dentro de las variables que se proponían como proxies de la demanda se encontraba la brecha de desempleo. Posteriormente, utilizando la ley de Okun, se empezó a utilizar el Gap de producto para capturar los excesos de demanda. Dado que la inflación depende no solo del cambio sino del nivel de la variable demanda, la incorporación del GAP con sus rezagos permite, en teoría, capturar estos efectos.

De otro lado, la incorporación de los choques de oferta lleva implícita una concepción particular de la NAIRU. El enfoque convencional de esta última la representa como una tasa de desempleo consistente con una inflación estable en ausencia de choques de oferta. La introducción de los choques de oferta permite aislar su efecto y un cálculo más adecuado de la NAIRU, sin que ésta presente bruscas oscilaciones a medida que aquellos se presenten y desaparezcan.

La omisión de las expectativas de precios en la forma triangular es deliberada. Esto se explica por el avance en la discusión sobre la formación de expectativas, que permitió justificar la compatibilidad de las inercias en los precios no solo con las expectativas adaptativas, sino también con las racionales. Es claro, sin embargo, que el ajuste de los precios y el ajuste de las expectativas sean diferentes puede ser necesario introducir información sobre este aspecto.

Otra dirección de la investigación empírica se ha dado hacia la comprensión de las no linealidades en la curva de Phillips usando datos de un país o de varios países. Recientemente, la preocupación se desplazó hacia la determinación del tipo de no-linealidad de acuerdo a las cinco posibilidades teóricas presentadas antes (Dupasquier y Ricketts, 1998). Este prometedor enfoque permite distinguir entre las no-linealidades aspecto que resulta de singular importancia dadas las diferentes implicaciones que ello tiene para la política monetaria.

3. El caso colombiano

La discusión anterior podría llevar al lector desprevenido a imaginar la necesidad de estimar una curva de Phillips no lineal, en la cual pueden precisarse las fuentes de la asimetría. En realidad, la estrategia seleccionada en esta sección es más cuidadosa. Antes de tomar esa dirección se considera que es necesario explorar la habilidad de un modelo simple lineal para capturar la relación entre producto e inflación.

Utilizar un modelo de esas características para, por ejemplo, proyectar la inflación, cuando en realidad esta variable es generada por un modelo no lineal, puede llevar a errores sistemáticos en las proyecciones de esta variable. Pero puede existir también la posibilidad de que esos errores sistemáticos provengan de otras fuentes, como mala especificación del modelo, errores de medida de las variables, tratamiento de la estacionalidad o la omisión de variables adecuadas de expectativas de inflación. Todas posibilidades que se exploran en esta sección.

3.1 Estimación de la curva de Phillips básica.

En esta sección nos concentramos en la evaluación de las estimaciones realizadas con una curva de Phillips de la tasa de variación trimestral del índice colombiano de precios al consumidor. La curva de Phillips con que se trabaja en primera instancia, toma la forma de un modelo tradicional que captura los choques de demanda a partir de la incorporación de un GAP de producto. A su vez, esta primera especificación permite plantear la discusión sobre la construcción de esa variable GAP. En este caso la ecuación estimada presenta la siguiente forma:

$$p_t = c_0 + \sum_{i=1}^K a_i p_{t-i} + \sum_{j=1}^P b_j \text{GAP}_{t-j} + e_t \quad (7)$$

Donde p_t representa la tasa de crecimiento trimestral anualizada del IPC. En este caso la curva de Phillips se caracteriza por la presencia de un proceso autoregresivo que busca capturar la persistencia de la tasa de inflación. Esta persistencia se puede explicar por la presencia de diversos factores como los rezagos de ajuste y las expectativas de inflación basadas sobre información pasada.

La variable GAP representa la diferencia entre la producción observada y la producción potencial. La producción observada corresponde al producto interno bruto trimestral en precios constantes, mientras que el producto potencial corresponde a una de las medidas definidas en la siguiente sección.

3.2 Las diferentes medidas de la brecha (“gap”) del producto.

En este acápite se presentan las mediciones que de la variable GAP o brecha del producto, existen para la economía colombiana. La razón de ser de tener en cuenta varias posibilidades para una misma variable, se encuentra en que el GAP no puede ser medido fácilmente, como lo demuestra el intenso trabajo que en Colombia se ha dado recientemente en esta área. Su medición puede hacerse utilizando diferentes conjuntos de supuestos combinados con diversas técnicas econométricas.

El GAP va ser definido como la medida cíclica de la diferencia entre el nivel de producción observado y el nivel tendencial. Algunos autores piensan que la brecha de producto puede ser entendida, de manera más precisa, como el componente del producto que está asociado con cambios en la inflación (St Amand y Van Norden, 1997)⁶.

En todo caso, el producto potencial utilizado para valorar el “gap” no es observable y debe ser estimado. En el caso en que el producto se suponga I(1), lo cual no es muy difícil de probar, la consecuencia es que el nivel de producto ante choques permanentes no tendrá una tendencia determinística a la cual el producto deba revertir. La descomposición de series con estas características puede hacerse de muchas formas. En el trabajo se formulan cuatro alternativas de estimación para construir el producto potencial y la brecha del producto y cuyos resultados resume el Gráfico 2.

En primera instancia se tiene una medida del “gap” construido con el método univariado tradicional conocido como filtro de Hodrick-Prescott (Gap HP). El filtro es en esencia la solución de un problema de minimización de una suma de cuadrados como mecanismo para extraer los componentes de tendencia (g_t) y ciclo (c_t) de una serie. El resultado es la selección del componente permanente (g_t) que minimice la variabilidad de su propia tasa de crecimiento. El problema de minimización puede ser expresado⁷ :

$$\text{Min}_{\{g_t\}_{t=-1}^T} \left\{ \sum_{t=1}^T (y_t - g_t)^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})]^2 \right\} \quad (8)$$

En este problema λ es una constante arbitraria que refleja el costo de la inclusión de fluctuaciones alrededor de la tendencia. Mientras mayor sea el valor de dicho parámetro más suave será la serie solución.

Ante las críticas que se hacen a la metodología de Hodrick-Prescott, demasiado dependiente de un único parámetro subjetivo λ que desconoce como la tendencia de la serie puede verse afectada por los cambios en el componente permanente, se ha desarrollado una alternativa denominada del lambda cambiante, aplicada a los datos colombianos por Riascos y Melo (1997) y que corresponde a la segunda brecha utilizada en el trabajo (HP- λC).

⁶ En otras palabras, se debe tener en cuenta la inflación esperada, para de esa forma definir el GAP con relación a los cambios esperados en la inflación.

⁷ Una explicación más detallada de las diversas metodologías se encuentra en el anexo 1.

La tercera brecha o variable CI se define como la desviación con relación a la media, de la tasa de utilización de las capacidades de producción de las industrias productoras de bienes calculada trimestralmente por Fedesarrollo.

Finalmente, se presenta la brecha construida a partir de la serie de PIB potencial elaborada con base en la metodología VAR estructural de Blanchard y Quah (1989), aplicada a los datos colombianos por Misas y López (1998). Se supone que una variable, en este caso el producto, puede estar afectada por más de un tipo de perturbación, por ello se explota la información de otras variables macroeconómicas, en este caso la tasa de desempleo. En el sistema existen dos tipos de perturbaciones, cada una no correlacionada con la otra y ninguna con efecto de largo plazo sobre el desempleo. Se supone que el primer tipo de perturbación tiene un efecto de largo plazo sobre el producto mientras que la segunda no.

Un ejercicio adicional se lleva a cabo a través del filtro de Kalman el cual es un algoritmo iterativo que puede ser utilizado para solucionar modelos expresados en la forma estado-espacio. Su utilidad se encuentra en que permite estimar uno o varios componentes no observados, asociados a una o varias variables. En el caso del PIB el filtro permite la estimación del producto potencial como componente no observado (Gap Kalman). Es de señalar que el producto potencial obtenido a través del filtro de Kalman se descarta por su falta de significado económico (Anexo 2).

El gráfico 3 resume en una sola escala las variables utilizadas. Se observa que en general las diferentes medidas de la brecha comparten numerosas características comunes, pero hay también diferencias notables entre ellas. Las dos versiones de Gap construidas con Hodrick-Prescott (HP) difieren específicamente desde 1994, pero antes de ese momento son medidas idénticas. La medida con capacidad instalada y la de VAR estructural muestran similitudes en cuanto definen dos regímenes muy bien definidos uno de exceso de demanda y otro de exceso de oferta, que tienen un claro sustento histórico. Se insinúa un tercero, exceso de oferta, al final de la serie. Estas últimas medidas son muy diferentes a las construidas con el filtro de Hodrick-Prescott.

Si bien todas las mediciones coinciden en mostrar la desaceleración reciente de la economía colombiana, que coloca al PIB observado por debajo del potencial, las diferencias en el grado de persistencia del exceso de oferta son considerables. Como se observa para el caso de la variable capacidad instalada este régimen comienza mucho más temprano (segundo trimestre de 1995), que en los otros casos.

De otro lado, el período de exceso de demanda de principios de la década de los noventa, es capturado de manera diferente en las cuatro versiones de brecha del producto. En los GAPs HP el exceso de demanda se da solamente del año 1994 a 1996 situación que parece no corresponder a los hechos. En ese último período coinciden notablemente el GAP capacidad instalada y el GAP VAR estructural.

Gráfico 2
Diferentes medidas del gap del producto

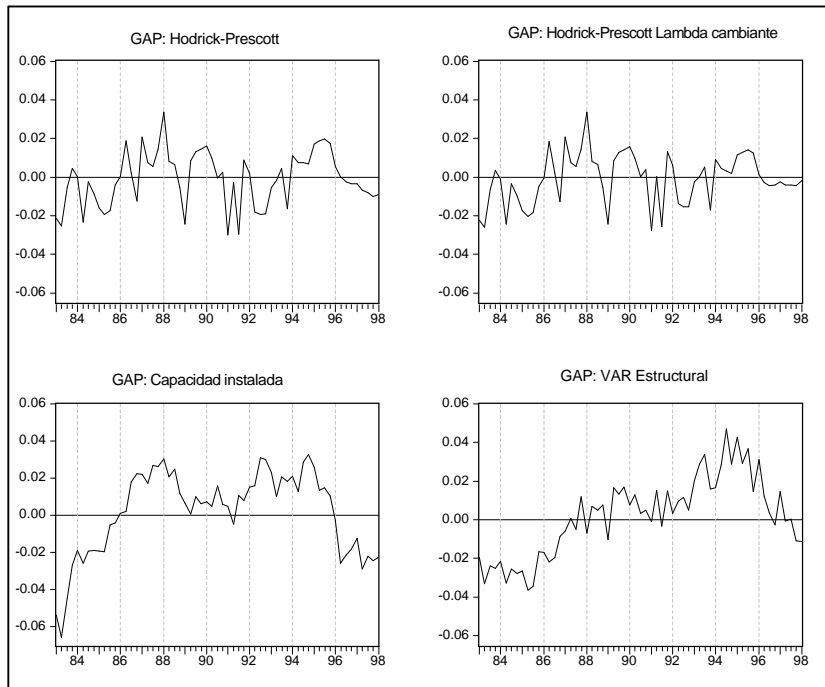
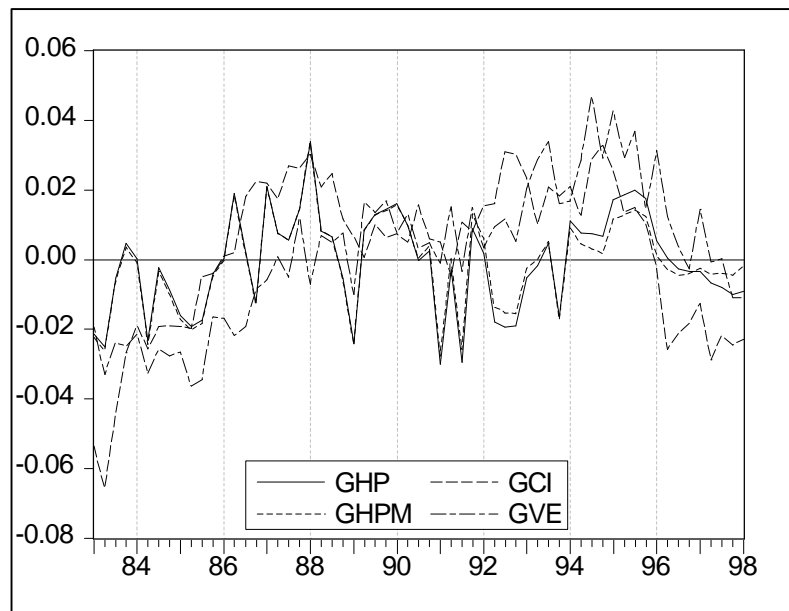


Gráfico 3
Comportamiento conjunto de las diferentes medidas del gap del producto



3.3 Primeros resultados

Las tablas 1, y 1A (Anexo 3) muestran los resultados obtenidos en la estimación de la curva de Phillips tradicional o básica (CP1) de acuerdo a la ecuación (7), descrita anteriormente⁸:

$$p_t = c_0 + \sum_{i=1}^K a_i p_{t-i} + \sum_{j=1}^P b_j \text{GAP}_{t-j} + e_t \quad (\text{CP1}) \quad (7)$$

Los diferentes modelos presentados en la tabla 1 se han construido substituyendo la medida del GAP de acuerdo a la descripción planteada arriba. La tabla recoge los coeficientes α estimados para cada variable, así como las medidas del coeficiente de determinación (R2 y R2 ajustado) y la suma de los residuales al cuadrado (SSR) obtenidas para los diferentes casos.

Es de señalar que en la tabla 1 no se colocan, como es usual, los estadísticos t entre paréntesis. La razón para ello está en que el diagnóstico de los residuales de los modelos permite aseverar que en todos los casos se ha violado el supuesto de normalidad, hecho que impide llevar a cabo cualquier tipo de inferencia estadística. Esto se constata al observar en la tabla 1A (Anexo 3) los p-values asociados a los tests de Jarque-Bera correspondientes a cada modelo.

Adicionalmente, en la tabla 1A se colocan los p-values asociados a las pruebas utilizadas para examinar autocorrelación serial (Ljung-Box) y presencia de heterocedasticidad (White). Como se observa, ningún modelo exhibe problemas de autocorrelación o de heterocedasticidad. En este caso, la ausencia de normalidad no permite llevar a cabo pruebas sobre forma funcional y sobre estructura ARCH en el error.

4. Variaciones sobre la Curva de Phillips

La no-normalidad de los residuales que se dio en el modelo CP1 en las diferentes versiones de GAP, es un indicio de posibles problemas en la estimación de la curva de Phillips. Si no existe una distribución normal de los residuales, la principal consecuencia es la incapacidad para realizar inferencia estadística sobre el modelo. En esta sección se dan una serie de alternativas que buscan superar el problema. Se presentan propuestas puramente empíricas como la introducción al modelo de variables dicótomas (“dummies”) para enfrentar el problema de la estacionalidad o el de valores atípicos. Se proponen también modelos que incorporan otras variables o que dan un tratamiento diferente a la problemática de

⁸ En las tablas se presentan los coeficientes asociados a las diferentes variables de acuerdo a una notación matricial en la que α representa un vector de coeficientes.

las expectativas.

4.1 Tratamiento de la estacionalidad.

Es de esperar, por la frecuencia trimestral de las series que se utilizan en los modelos de curva de Phillips, que un fenómeno que debe enfrentarse sea el de la presencia de patrones estacionales o, en otras palabras, de un movimiento oscilatorio regular.

Con el fin de considerar la estacionalidad en las series de tiempo se optó por incluir variables dummies estacionales centradas en todos los modelos. En el caso trimestral el método supone que la variable estación tiene cuatro categorías, los cuatro trimestres del año, requiriendo con esto el uso de tres variables dicótomas. El primer trimestre del año se considera como el trimestre base⁹. El modelo CP2 a estimar es el siguiente:

$$p_t = c_0 + \sum_{i=1}^K a_i p_{t-i} + \sum_{j=1}^P b_j \text{GAP}_{t-j} + I_2 D_{2t} + I_3 D_{3t} + I_4 D_{4t} + e_t \quad (\text{CPI 2}) \quad (9)$$

donde $D_2 = 0.75$ para el segundo trimestre

= -0.25 para los demás

$D_3 = 0.75$ para el tercer trimestre

= -0.25 para los demás

$D_4 = 0.75$ para el cuarto trimestre

= -0.25 para los demás

Los resultados de la tabla 2 (Anexo 1) muestran que en todos los casos las variables dicótomas estacionales son significativas y que la estructura autorregresiva de la inflación desaparece. Como resultado importante se tiene que la no-normalidad en los residuales se elimina como consecuencia de la estrategia seleccionada para enfrentar el problema de la estacionalidad, tabla 2A (Anexo 3).

Sin embargo, es de señalar que, como se observa en la tabla 2 (Anexo 3), el modelo con la variable brecha CI (capacidad instalada) es el único en el cual esta variable es significativa.

⁹ Las influencias estacionales pueden afectar el término de intercepto. Dependiendo de la situación, el uso de las variables dicótomas puede no ser el procedimiento óptimo para desestacionalizar y puede ser necesario un procedimiento más extensivo. Judge et al. (1988) presentan una interesante discusión sobre este aspecto.

4.2 Curva de Phillips con precios de bienes importados.

4.2.1 Los precios de los bienes importados

Como se afirma en la sección 2, un aspecto muy importante que puede afectar la estimación de la curva de Phillips es la ausencia, en la especificación de la ecuación, de los choques de oferta. En esta parte del trabajo se considera la inclusión de los choques de oferta, para ello se introducen en la especificación del modelo los cambios en los precios de los bienes importados. La derivación de esta nueva formulación parte de suponer que el nivel de precios de una pequeña economía abierta está dado por una media ponderada de los precios de los bienes y servicios producidos localmente y de los bienes y servicios importados:

$$P = fP^d + (1-f)(P^f + S) \quad (10)$$

donde P^d = bienes y servicios producidos localmente

P^f = bienes y servicios producidos externamente

S = tasa de cambio nominal

f = fracción comprendida entre 0 y 1

A su vez la tasa de inflación de los precios se puede definir a partir de la diferenciación de la ecuación anterior,

$$\Delta P = f\Delta P^d + (1-f)(\Delta P^f + \Delta S) \quad (11)$$

La tasa de inflación de los precios internos se define como una función de las expectativas de variación de los precios internos, de la brecha de producción y de un término de error:

$$\Delta P^d = \Delta P_{-1}^d + bYGAP + e \quad (12)$$

La ecuación (12) puede reemplazarse en la ecuación (11) y se obtiene:

$$\Delta P = f\Delta P_{-1}^d + fbYGAP + (1-f)(\Delta P^f + \Delta S) + fe \quad (13)$$

La ecuación (11) se rezaga un período lo cual a como resultado:

$$\Delta P_{-1} = f\Delta P_{-1}^d + (1-f)(\Delta P^f + \Delta S)_{-1} \quad (14)$$

Se resta ΔP_{-1} a ambos lados de la ecuación (13) y se utiliza la ecuación (14) para obtener la ecuación (15) que es la base de la curva de Phillips estimada en esta parte del trabajo.

$$\Delta P = \Delta P_{-1} + fbYGAP + (1-f)\Delta(\Delta P^f + \Delta S) + fe \quad (15)$$

La ecuación (16) corresponde, en consecuencia, a la curva de Phillips ampliada con precios de importados (CPI3):

$$p_t = c_0 + \sum_{i=1}^K a_i p_{t-i} + \sum_{j=1}^P b_j GAP_{t-j} + \sum_{k=1}^M d_k DLPM_{t-k} + h_1 DU86_t + e_t \quad (\text{CPI3}) \quad (16)$$

Aparece también una variable dicótoma (DU86) que toma el valor de 1 en el segundo trimestre de 1986 y de cero en los restantes trimestres. Esta observación corresponde a una inflación particularmente baja observada en ese momento. De acuerdo a la información histórica “al finalizar el mes de junio de 1986, el I.P.C. registró una tasa de crecimiento anual de 13.5%, más baja que el 14.7% logrado durante igual período en 1978, año que mostró similares condiciones a las actuales, en cuanto a la presión externa sobre los medios de pago -originada en el incremento de los precios externos del café -, así como a la saludable evolución de la oferta agrícola”¹⁰. Una característica adicional que se observa en ese período es la rápida reducción que presenta la inflación. En términos de variaciones porcentuales anuales se pasa de un crecimiento de 23.7% en el mes de febrero de ese año a 13.5% en junio.

Estas razones explican el comportamiento detectado en los residuales de los modelos en esa observación en particular. Por ese comportamiento atípico de la serie se tomó la decisión, recomendada en la teoría, de incluir la variable dicótoma mencionada. Adicionalmente, en la sección 5 supra, ya una vez seleccionados los mejores modelos, se realizaron pruebas de existencia de valores atípicos que confirmaron esta apreciación.

4.2.2 Resultados

En la tabla 3 (Anexo 3) se presentan los resultados de la estimación de la ecuación (16) también definida como CPI3. Una primera observación es que la estructura de rezagos de la inflación no se modifica, a diferencia de lo observado en la sección anterior. Las dos nuevas variables son significativas en todos los modelos estimados y tienen los signos esperados. La variable dicótoma, en especial, resulta ser altamente significativa. También en este caso las medidas de bondad de ajuste continúan mejorando con relación a los estimativos anteriores.

El diagnóstico de residuales (tabla 3A, Anexo3) permitiría seleccionar como mejor modelo, en esta etapa, a aquel que considera el GAP construido bajo VAR estructural.

Como un paso adicional se decidió corregir la estacionalidad por el método de variables dicótomas. Se llega, de esa forma, a una curva de Phillips definida como CPI4. Los resultados (tabla 4, Anexo 3) muestran una disminución en la suma de residuales al

¹⁰ Véase las “Notas Editoriales” de la Revista del Banco de la República de junio de 1986. Número 704.

cuadrado. Se observa, al igual que en el caso anterior, que el mejor modelo, de acuerdo al diagnóstico sobre residuales, es aquel que incluye el GAP construido bajo VAR estructural.

4.3 Cambio de régimen

El trabajo de Fillion y Léonard (1997) ha sugerido una importante novedad en la estimación de la curva de Phillips para Canadá. Estos autores argumentan que el proceso de formación de expectativas de inflación puede haber cambiado en el tiempo. En la medida en que los cambios de régimen traducen la influencia de la política monetaria sobre el proceso de formación de expectativas de inflación, no es sorprendente constatar que las previsiones para períodos largos que no tengan en cuenta estos cambios, dejen mucho que desear.

En ese orden de ideas, en esta sección se integra el concepto de cambio de régimen a la curva de Phillips. El objetivo es identificar el momento en que los diferentes regímenes se presentan, así como la duración de los períodos de transición. En consecuencia, se introducen en las regresiones una serie de variables de probabilidad que buscan identificar los subperíodos donde el proceso auto-regresivo de la inflación ha podido ser diferente y caracterizar las fases de transición entre los subperíodos.

Las probabilidades de estado utilizadas en los modelos de regresión, se estiman a partir de la metodología "switching" de Hamilton (1994). La metodología permite caracterizar períodos en los cuales se ha producido un cambio en el proceso que sigue la inflación trimestral en Colombia (o cambios de régimen) durante el período comprendido entre 1980 y 1998.

Los cambios de régimen se incluyen en el modelo AR de Box-Jenkins a través de cadenas de Markov y distribuciones mixtas de probabilidad¹¹. De esta forma, se combina el modelo de series de tiempo convencional con el concepto de Cadena de Markov, hecho que permite modelar la serie completa teniendo en cuenta el régimen correspondiente en cada momento del tiempo, ($s_t = j$; $j=1,2,\dots,n$ número de regímenes considerados). Las distribuciones mixtas permiten estimar conjuntamente los parámetros autorregresivos y las probabilidades de transición o de cambio de régimen. Dentro del procedimiento se estiman las probabilidades de estados, es decir, la probabilidad de estar en un estado específico en un momento dado del tiempo, o probabilidades filtradas, bajo la notación de Hamilton (1994):

$$P\{s_t = j | y_t ; \Theta\} \quad (17)$$

Estas probabilidades se convierten en variables explicativas de los modelos de regresión ya presentados.

El modelo bajo switching considera 4 rezagos y dos estados diferentes en sus medias y varianzas. La tabla 1 consigna los resultados de la estimación del modelo autorregresivo

¹¹ Una descripción detallada de la metodología se encuentra en Melo L. F. y M. Misas (1997).

con cambios de régimen generados por un proceso markoviano de orden uno. El estado definido como estado 1 presenta mayor varianza y mayor nivel en la media que el estado definido como estado 2.

El gráfico 4 presenta la inflación trimestral y sus correspondientes probabilidades filtradas o de estado¹² (PROBEST1 y PROBEST2)¹³. El primer régimen, definido por la probabilidad de que la inflación se encuentre en el estado 1 de mayor varianza y mayor media, aparece con claridad desde comienzos de 1985 hasta comienzos de 1989. Se observa que el período de transición entre los dos regímenes que se inicia en 1988 tiene una duración aproximada de dos años y medio. A partir de ese año el modelo asigna una probabilidad cada vez más elevada a la hipótesis de una media baja y una varianza baja a la inflación. Ese segundo régimen, media baja y varianza baja, corresponde nítidamente a la situación de la inflación colombiana desde 1991 hasta el presente¹⁴. Es interesante observar como, en términos porcentuales, a partir de 1991 las probabilidades atribuidas al segundo régimen de media y varianza baja se encuentran entre 90% y 100%.

Tabla 1
Estimación del modelo autorregresivo de la inflación trimestral con cambios de régimen

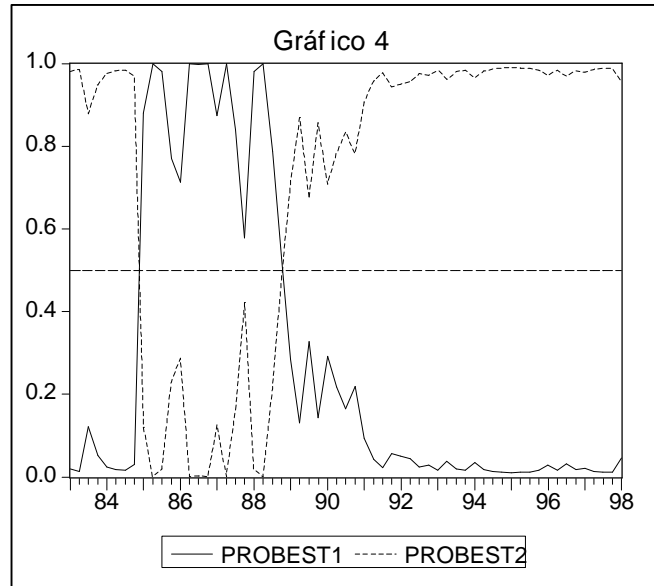
| Coeficientes y Probabilidades | Valor Estimado | Std |
|-------------------------------|----------------|---------|
| μ_1 | 0.0525 | 0.01242 |
| μ_2 | 0.0423 | 0.01072 |
| $\Delta DLIPC_{t-1}$ | 0.0317 | 0.07585 |
| $\Delta DLIPC_{t-2}$ | -0.056 | 0.07910 |
| $\Delta DLIPC_{t-3}$ | 0.0217 | 0.07619 |
| $\Delta DLIPC_{t-4}$ | 0.7897 | 0.07825 |
| STD ₁ | 0.0278 | 0.00544 |
| STD ₂ | 0.0103 | 0.00104 |
| P ₁₁ | 0.9147 | 0.07380 |
| P ₂₂ | 0.9800 | 0.02114 |

¹² Es importante mencionar que, las probabilidades de estado (Metodología Hamilton 1994) son estimadas a través de un programa desarrollado conjuntamente con L.F. Melo (1997) bajo el módulo IML de SAS versión 6.12.

¹³ Es de señalar que, algunos autores trabajan con las probabilidades suavizadas, las cuales podrían, en nuestro caso, arrojar también buenos resultados. Este hecho se revisará en un próximo trabajo.

¹⁴ Es de señalar que, en el caso en que se desee efectuar un pronóstico de inflación bajo los modelos seleccionados de curva de Phillips que consideran las probabilidades de estado, se hace necesario llevar a cabo un pronóstico de éstas, lo cual requiere de : (i) las probabilidades filtradas estimadas para la última observación de tiempo en el período de análisis ($\hat{e}_{T|T}$) y (ii) de la matriz de probabilidades ergódicas (Π).

**Probabilidades de estado de la inflación
en Colombia**



La definición de las variables de estado llevó a su vez a la estimación de dos curvas de Phillips adicionales. En el primer caso, a la ecuación (16) se le incorporaron las variables de estado definidas en el párrafo anterior y que entran como P21 y P22 en la regresión. De esa forma, la nueva curva de Phillips (CPI5) se define como:

$$p_t = c_0 + \sum_{i=1}^K a_i p_{t-i} + \sum_{j=1}^P b_j \text{GAP}_{t-j} + \sum_{k=1}^M d_k \text{DLPM}_{t-k} + h_1 \text{DU86}_t + I_1 P21_t + I_2 P22_t + e_t \quad (\text{CPI5}) \quad (18)$$

La segunda versión, CPI6, considera la estacionalidad de las series e implica adicionar a la ecuación (18) las tres variables dicótomas ya descritas.

Los resultados de la estimación de las dos versiones se muestran, en el formato ya definido, en los grupos de tablas 5 y 6 (Anexo 3). Un primer aspecto que vale la pena resaltar es la ausencia de intercepto en estas nuevas estimaciones. La razón para esto es la complementariedad de las probabilidades de transición. Un aspecto adicional es la no modificación de la estructura de rezagos en la estimación de CPI5, situación que si se presenta en el caso de CPI6, donde solo el rezago de cuatro trimestres atrás es significativo. En la tabla 5 se observa como todas las variables incluidas en las diferentes versiones de CPI5 son significativas.

De acuerdo a las diferentes pruebas utilizadas en el diagnóstico de residuales, el mejor CPI5 es aquel que contiene la brecha de producto elaborada con la metodología de VAR estructural. De la misma forma que en los casos de CPI3 y CPI4, la inclusión de las variables estacionales en el modelo de curva de Phillips presentado en (19) lleva a una disminución de SSR y por consiguiente a un aumento del coeficiente de determinación.

5. “Encompassing”: Selección del mejor modelo.

5.1 El principio de “encompassing”

La tabla 2 resume los mejores modelos de curva de Phillips obtenidos con los procedimientos descritos, estos son los modelos 5 y 6 que incorporan las variables de cambio de régimen a las formas funcionales que se venían estimando. El modelo 6 recoge adicionalmente las dummies estacionales (CP6).

Tabla 2
Resumen de modelos seleccionados : primera etapa

| |
|---|
| 5. $\Delta LIPC_t = a_1 \Delta LIPC_{t-2} + a_2 \Delta LIPC_{t-4} + a_3 GVE_{t-1} + a_4 \Delta LPM_{t-4} + a_5 DU86_t + a_6 P21_t + a_7 P22_t + e_t$ |
| 6. $\Delta LIPC_t = a_1 D1_t + a_2 D2_t + a_3 D3_t + a_4 GVE_{t-1} + a_5 \Delta LPM_{t-4} + a_6 \Delta LIPC_{t-4} + a_7 DU86_t + a_8 P21_t + a_9 P22_t + e_t$ |

En esta etapa del trabajo, el problema que se enfrenta es seleccionar el mejor modelo lineal de curva de Phillips, una vez recorrida una primera etapa de depuración. Para ello un primer aspecto que se debe tener en cuenta es si los modelos son o no anidados (“nested”). Para aclarar el concepto de modelo anidado se parte de considerar que el proceso generador de datos no es conocido, existen múltiples modelos empíricos para el mismo conjunto de información. El modelo anidado se refiere a la pertenencia de un determinado modelo a un modelo general, en este caso un modelo individual es un caso específico o especial de un modelo general. Se dice, en este caso, que un modelo A está anidado en un modelo B, más general.

De otro lado, cuando un modelo puede explicar las características relevantes de un modelo rival, se dice que el primer modelo contiene (*encompass*) al último. Claramente, un modelo general debe contener (*encompass*) una forma restringida o anidada del modelo. Sin embargo, si las restricciones no pueden ser rechazadas, el modelo restringido podría preferirse porque las limitaciones de datos favorecen la estimación de un modelo simple aceptable (Charemza y Deadman, 1997).

La metodología *encompassing* busca resolver el problema de la proliferación de modelos para el caso en que estos son o no anidados. El principio de *encompassing* no se limita al caso de modelo anidados. Existen procedimientos que permiten que modelos rivales sean comparados entre sí, sin que ningún modelo sea un caso especial del otro. En la tabla 8 las 4 pruebas de *encompassing* sobre parámetros LA, J, WET1 y WET2 permiten contrastar

los modelos 5 y 6 que se consideran modelos rivales¹⁵. Como se observa, las comparaciones se hacen en dos direcciones, dado que la lógica de las pruebas es la de determinar simultáneamente si los modelos se contienen entre sí, hasta llegar a un diagnóstico final.

Tabla 3
Modelos no Anidados
Pruebas de *encompassing*

| Test LA : F_{60}^2 | Test J : J_{60}^2 | Test WET : N_1 | Test WET : N_2 |
|---------------------------------|---------------------|---------------------|--------------------|
| Modelo 5 "encompasses" Modelo 6 | | | |
| 4.5223 (0.0069) | 14.1028 (0.0004) | 11.3116 (0.0101) | 3.7705 (0.0162) |
| Modelo 6 "encompasses" Modelo 5 | | | |
| 0.0644 (0.8006) | 0.0644 (0.8006) | 0.0656 (0.7977) | 0.0656 (0.7987) |

Los resultados de todas las pruebas de la tabla 3, llevan a inferir que se acepta la hipótesis de que el modelo 6 contiene (o envuelve) al modelo 5. La razón de esto se encuentra en que al incluir una variable en el primer modelo, construida con estimativos calculados a partir del modelo rival, el resultado es que esta última variable demuestra que falta al modelo 5 el 6.

La tabla 4 presenta el modelo seleccionado y la tabla 5 el diagnóstico de sus residuales.

Tabla 4
Modelo seleccionado

$$\Delta LIPC_t = a_1 D1_t + a_2 D2_t + a_3 D3_T + a_4 GAP(VEST)_{t-1} + a_5 \Delta LPM_{t-4} + a_6 \Delta LIPC_{t-4} + a_7 DU86_t + a_8 P21_t + a_9 P22_t + e_t$$

| GAP | a_1 | a_2 | a_3 | a_4 | a_5 | a_6 | a_7 | a_8 | a_9 | R^2 | \bar{R}^2 | SSR |
|-----------|------------------|------------------|--------------------|------------------|------------------|------------------|--------------------|------------------|------------------|-------|-------------|--------|
| VAR ESTR. | 0.0257 (4.34) | 0.0127 (2.78) | -0.0081 (-1.86) | 0.1897 (2.19) | 0.2122 (2.42) | 0.3241 (2.89) | -0.0703 (-5.32) | 0.0333 (4.46) | 0.0231 (3.52) | 0.803 | 0.773 | 0.0060 |

Tabla 5
Diagnóstico de residuales

$$\Delta LIPC_t = a_1 D1_t + a_2 D2_t + a_3 D3_T + a_4 GAP(VEST)_{t-1} + a_5 \Delta LPM_{t-4} + a_6 \Delta LIPC_{t-4} + a_7 DU86_t + a_8 P21_t + a_9 P22_t + e_t$$

| GAP | Ljung-Box Lags :15 | ARCH 1 | ARCH 4 | White sin t. cruzados | White con t. cruzados | Jarque-Bera | Reset |
|-----------|-----------------------|--------|--------|--------------------------|--------------------------|-------------|-------|
| VAR ESTR. | 0.195 | 0.125 | 0.328 | 0.138 | 0.292 | 0.431 | 0.271 |

Sobre el modelo seleccionado se tomo la decisión de realizar pruebas específicas para detectar la presencia de multicolinealidad. Como se sabe en presencia de este fenómeno no

¹⁵ Véanse, D. Hendry (1995), Mizon, G. and J. Richard (1986), Davidson, R. and J. MacKinnon (1981), Charemza, W . and D. Deadman (1997)

se violan los supuestos del modelo clásico de regresión y, en consecuencia, los estimadores pueden ser MELI. Sin embargo, si la multicolinealidad existe se presentarán dificultades para obtener los coeficientes estimados con errores estándar pequeños.

En la tabla 6 se presenta como prueba de la existencia de multicolinealidad la inflación de varianza (VIF) basada en la inversa de la matriz de correlación¹⁶. Al respecto, la teoría econométrica enseña como a medida que aumenta la colinealidad de las variables también aumenta la inflación de varianza, que en el límite puede ser infinita (Weisberg, 1985). En el caso que nos ocupa el indicador muestra como la varianza de los estimadores parciales aumenta relativamente poco con relación a un caso base de colinealidad cero. En cada uno de los modelos seleccionados el VIF asociado es menor que 10, lo que indica que los modelos no están contaminados por multicolinealidad. Es de señalar que la prueba VIF requiere que el modelo sobre el cual se va a revisar la existencia de multicolinealidad tenga intercepto. Por esa razón se estimó el modelo 6 con intercepto, eliminando en tal caso una de las variables asociadas a las probabilidades filtradas.

Tabla 6
Pruebas sobre existencia de multicolinealidad¹⁷
modelo seleccionado

| 6. | |
|--|----------------------------|
| $\Delta LIPC_t = C + a_1 D1_t + a_2 D2_t + a_3 D3_t + a_4 GVE_{t-1} + a_5 \Delta LPM_{t-4} + a_6 \Delta LIPC_{t-4} + a_7 DU86_t + a_8 P21_t + e_t$ | |
| Variables explicativas | Inflación de varianza: VIF |
| $D1_t$ | 3.0192 |
| $D2_t$ | 1.7289 |
| $D3_t$ | 1.6697 |
| GVE_{t-1} | 1.5799 |
| ΔLPM_{t-4} | 1.8010 |
| $\Delta LIPC_{t-4}$ | 3.2703 |
| $DU86_t$ | 1.2999 |
| $P21_t$ | 1.8374 |

El modelo 6 es estimado con intercepto con el fin de llevar a cabo la prueba de inflación de varianza (VIF). Es de señalar que, una de las variables de probabilidad es excluida.

De otro lado, la evidencia de la historia económica mencionada arriba, permitió precisar el origen y la razón de ser del comportamiento excepcional de la inflación colombiana en junio de 1986. Como se explicó en su momento, con el fin de enfrentar el problema se decidió a incorporar a diferentes modelos una variable dicótoma. Sin embargo, en esta etapa del

¹⁶ En términos generales la inflación de varianza o FIV, puede ser definida como la cantidad:

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2}$$

¹⁷ Véanse, Gujarati, D. (1996), Weisberg, S. 1985.

trabajo y sobre el modelo seleccionado, se hace necesario dar un soporte adicional a ese tratamiento.

La tabla 7 contiene algunas pruebas sobre reconocimiento de “outliers” o valores atípicos (student y rstudent) en el modelo 6. En general estas pruebas buscan precisar que tanta influencia tiene la i -ésima observación de una serie en la regresión. Para ello se tiene en cuenta en la regresión la observación excepcional (“outlier”) sin ningún tratamiento a través de la variable dicótoma.

Como se aclara en el pie de pagina de la tabla, la observación 14 corresponde al valor atípico de junio de 1986. En ese trimestre todas las pruebas coinciden en registrar valores excepcionalmente altos de los estadísticos frente a los que se observan en el resto del periodo. La coincidencia en el resultado de las pruebas y la magnitud de las estadísticas en ese punto, demuestran la importancia de darle un tratamiento adecuado en la regresión. En otras palabras, se conforma un modelo de regresión con un cambio en la media en esa observación.

Tabla 7
Pruebas sobre reconocimiento de outliers¹⁸ Modelo 6

| | RSTUDENT | STUDENT |
|-----|----------|---------|
| 5 | -0.9885 | -1.9281 |
| 6 | -1.0394 | -0.0769 |
| 7 | -0.0910 | 0.0465 |
| 8 | 0.1012 | 0.8366 |
| 9 | 1.3894 | 0.3438 |
| 10 | 1.9585 | 2.1823 |
| 11 | -2.2838 | -2.2701 |
| 12 | -0.7309 | -0.8007 |
| 13 | -0.2302 | 0.0778 |
| 14* | -6.5575 | -4.1726 |
| 15 | 0.1201 | -0.0107 |
| 16 | 0.7846 | 1.6256 |
| 17 | 0.5079 | -0.2723 |
| 18 | 0.9386 | -0.0510 |
| 19 | -0.2571 | -0.2653 |
| 20 | -0.0730 | 1.0570 |
| 21 | 1.3283 | 0.7999 |
| 22 | 1.1198 | 1.6772 |
| 23 | -0.7666 | -1.2925 |
| 24 | -0.1305 | 0.2732 |
| 25 | -0.0814 | -0.0580 |
| 26 | -0.3348 | -0.2786 |
| 27 | 0.7492 | 0.5969 |
| 28 | -0.7093 | -0.3839 |
| 29 | 1.1163 | 0.5899 |
| 30 | 0.3028 | 0.4845 |
| 31 | 0.6879 | 0.9840 |
| 32 | 1.2492 | 1.7130 |
| 33 | 0.1271 | 0.0166 |
| 34 | 1.0273 | 0.5881 |
| 35 | -0.2274 | 0.7456 |
| 36 | -0.5277 | -0.4046 |
| 37 | 0.3121 | 0.2221 |
| 38 | 0.5838 | 1.6029 |
| 39 | 0.1978 | 0.4839 |
| 40 | -0.3468 | -0.6913 |
| 41 | 0.9296 | 0.7109 |
| 42 | -1.0008 | -0.1070 |
| 43 | 0.0787 | 0.1574 |
| 44 | -0.1497 | -0.5263 |
| 45 | 1.6104 | 0.5550 |
| 46 | -0.4560 | -0.2203 |
| 47 | -0.1290 | -0.1817 |
| 48 | 0.0795 | -0.2742 |
| 49 | 0.3293 | -0.2354 |
| 50 | -0.0426 | -0.4568 |
| 51 | -0.4057 | -0.4507 |
| 52 | -1.0644 | -1.3722 |
| 53 | 0.5007 | 0.1868 |
| 54 | -0.5705 | -0.9130 |
| 55 | 0.7155 | 0.4246 |
| 56 | -0.5648 | -0.8466 |
| 57 | -0.7185 | -1.2245 |
| 58 | -0.4846 | -0.5336 |
| 59 | -0.0115 | 1.0425 |
| 60 | -0.3824 | -0.2413 |
| 61 | 0.9099 | 0.1449 |

*La observación 14 corresponde a junio de 1986.

¹⁸ Véanse, Weisberg, S. (1985), Kennedy, P. (1994), Judge, G. et al (1988)

5.2 Pronósticos e interpretación económica

Como ejercicio adicional¹⁹, se lleva a cabo una evaluación de los pronósticos del modelo seleccionado, comparando éstos con los obtenidos a través del modelo tradicional CPI1 con el gap del producto construido mediante el filtro de Hodrick-Prescott.

La calidad de los pronósticos en la nueva versión de la curva de Phillips mejora ostensiblemente²⁰ con relación a lo observado en el modelo tradicional, Tabla 8²¹. Sin embargo, la mejora de la cual se habla no se puede verificar estadísticamente, por ejemplo, a través de la prueba de Granger y Newbold (1997) utilizada por Melo y Castaño 1998, por el reducido tamaño de la muestra. Cabe agregar, que las medidas de evaluación de pronóstico se construyen sobre los pronósticos, horizonte h, estimados a partir de una muestra que comprende. (i) el período 1983.1-1994.4 para el primer conjunto de pronósticos, h=1,2,3,4,6,8 (ii) el período 1983.1-1995.1 los segundos h pronósticos y continuando de esta forma se llega a (iii) el período 1983.1-1997.4 el último pronóstico²².

Tabla 8
Evaluación de pronósticos

| Horizonte (Trimestres) | RMS | RMSP | UTHEIL |
|--|--------|--------|--------|
| Modelo tradicional | | | |
| $R^2 = 0.545, \bar{R}^2 = 0.522, SSR = 0.0157$ | | | |
| 1 | 1.6705 | 0.0849 | 0.0408 |
| 2 | 2.6820 | 0.1376 | 0.0638 |
| 3 | 3.6495 | 0.1870 | 0.0854 |
| 4 | 4.5009 | 0.2327 | 0.1036 |
| Modelo seleccionado | | | |
| $R^2 = 0.803, \bar{R}^2 = 0.773, SSR = 0.0060$ | | | |
| 1 | 1.4423 | 0.0742 | 0.0357 |
| 2 | 2.0798 | 0.1078 | 0.0508 |
| 3 | 2.8480 | 0.1460 | 0.0692 |
| 4 | 3.3306 | 0.1689 | 0.0796 |

¹⁹ “Since forecasting plays a crucial role in economic policy, we also consider its usefulness for policy analysis when the model differs from the economic mechanism, and the latter changes over time, perhaps due to the very policy under analysis. In such a setting, one should not select policy models by forecast accuracy,....” Banerjee A. and D. Hendry, 1997.

²⁰ La mejora ostensible es desde una perspectiva puramente numérica.

²¹ Una descripción detallada de las estadísticas se encuentran en Pyndick, R y D Rubinfeld.

²² Es de señalar que la construcción de todas las tablas B para los diferentes horizontes de pronósticos consideran diferentes números de replicaciones, por ejemplo, existirá un mayor número de pronósticos de horizonte 1 que de horizonte 8.

Es claro que el procedimiento elegido ha permitido mejorar la capacidad de previsión de la curva de Phillips. El examen de las hipótesis involucradas muestra que estas explican mejor la evolución reciente de la inflación en Colombia. Esto se ha hecho, paso a paso, seleccionando el mejor GAP de producción -una variable esencial de la curva de Phillips-, introduciendo los choques de oferta en la especificación del modelo y mejorando el tratamiento de las expectativas de inflación. Esto ha ido acompañado de tratamientos econométricos cuidadosos al problema de la estacionalidad de las actividades económicas y de puntos extremos en las series de precios.

El modelo seleccionado, que incorpora todos esos aspectos, muestra que el efecto de corto plazo del GAP sobre la inflación es de 0.19. Esto significa que cada disminución (o aumento) de 1% en la brecha de producto hace bajar (subir) la tasa de inflación en 0.19%. El aspecto importante en esta relación es nivel del choque de demanda, en el período anterior, que está capturando la variable GAP. De otro lado, es de esperar que la inflación importada, que representa un choque de oferta y entra en primera diferencia en la ecuación, ante un choque permanente de tasa de cambio ejerza un efecto temporal sobre la tasa de inflación pero un efecto permanente sobre el nivel de precios.

La introducción de los cambios de regímenes en la curva de Phillips muestra que el paso a un régimen de inflación más débil (media baja, varianza baja), coincide con el cambio institucional que hace de la reducción de la inflación la razón de ser del Banco Central. Se debe reconocer la concordancia entre el anuncio de las metas de inflación y la evolución de las tasas de inflación.

Para finalizar, debemos advertir sobre los límites de un ejercicio de curva de Phillips lineal como el efectuado en este trabajo. Ya se advirtió anteriormente que el principal problema con la forma lineal es que supone que las expectativas pueden ser modeladas como parámetros constantes con ponderaciones basadas en las variaciones de precios pasadas. En nuestro ejercicio se ha buscado corregir el problema con la introducción de información proveniente de un modelo "switching", que captura la dinámica cambiante del proceso inflacionario. Sin embargo, nuestro procedimiento sigue considerando que la disyuntiva de corto plazo entre producto e inflación es constante en el tiempo. También se está suponiendo que la magnitud del efecto del gap de producto sobre la inflación, con relación a la esperada, no varía con el nivel inicial de inflación, el signo del gap del producto o otros indicadores económicos. La solución a estas debilidades se encuentra en un estudio detallado de una curva de Phillips no lineal, campo que configura un prometedor camino de investigación.

6. Conclusiones

En este documento se ha presentado evidencia empírica sobre la naturaleza del "trade-off" entre producto e inflación en Colombia. Se ha definido una estrategia que buscaba superar los problemas econométricos de normalidad de los residuales presentes en la estimación de una curva de Phillips básica y que afectan su capacidad de previsión. Se ha examinado

paso a paso la posibilidad de que esas dificultades estén asociados a las dificultades para medir con precisión la brecha del producto, al tratamiento de la estacionalidad, al cambio de régimen en la formación de las expectativas de inflación o la ausencia de variables fundamentales en la especificación como los choques de oferta.

El ejercicio deja enseñanzas valiosas. La principal de ellas es que se logran superar los problemas de la curva de Phillips básica. En esto no todas las alternativas planteadas resultan adecuadas. El ejercicio con los diferentes Gaps disponibles para Colombia demuestra que la no-normalidad de los residuales no se explica por las dificultades en medir esa variable. En cambio, la situación mejora si se hace un tratamiento correcto de la estacionalidad, de los valores atípicos o si se introducen los precios de los bienes importados.

La introducción de la temática de cambio de régimen en la estimación de la curva de Phillips es otro aporte adicional del trabajo. Este enfoque muestra que la probabilidad atribuida al régimen de inflación de media baja y varianza baja continua siendo muy elevada. Al introducir esta nueva información en la estimación de la curva de Phillips se modifica la estructura de rezagos de la inflación, en el caso en que se corrige por estacionalidad. Este interesante resultado demuestra la virtud de trabajar con un proceso de formación de expectativas más complejo.

Al final de este proceso se dispone de una gran cantidad de modelos alternativos. En ese momento, la dificultad se encuentra en seleccionar adecuadamente los mejores de entre ellos. En este punto también el documento presenta un avance importante. Para escoger entre modelos rivales no se examinan las medidas de bondad de ajuste o los tests habituales que sugiere la metodología econométrica tradicional. Como alternativa se utiliza el principio de “encompassing” que evita los problemas asociados al llamado “data mining”, en el sentido de eliminar la búsqueda obsesiva por mejorar las pruebas tradicionales. El resultado final es la elección del mejor modelo de curva de Phillips.

Se puede terminar afirmando que el principal resultado de esta investigación ha sido el de mostrar las posibilidades que existen para mejorar la estimación de una curva de Phillips lineal. Si bien existe conciencia de la discusión acerca de la linealidad del trade-off entre producto e inflación, nuestro enfoque al respecto es agotar las explicaciones posibles en el problema de estimación de la inflación. La hipótesis de no-linealidad es una entre aquellas y puede ser examinada en un trabajo posterior.

Hasta el momento como afirma Stiglitz (1997), hemos visto como la curva de Phillips y la NAIRU proveen un marco adecuado para las discusiones de política, aunque se tenga claridad acerca de la complementariedad con otros instrumentos para guiar las decisiones. Experimentando con esa relación conocemos un poco más acerca de la profundidad de las aguas en que nos movemos y podemos llegar a ser mejores nadadores en ese proceso.

BIBLIOGRAFIA

- Akerlof, G.A., Dickens W. y Perry G. (1996) "The Macroeconomics of Low Inflation" Brookings Papers on Economic Activity (1): 1-76.
- Amisano, G. and C. Giannini, 1997. **Topics in Structural VAR Econometrics**, Springer, Second Edition.
- Banerjee, A. and D. Hendry, 1997. **The Econometrics of Economic Policy**, Blackwell Publishers.
- Blanchard O. Y L. Katz, 1997. "What We Do and Do Not Know About the Natural Rate of Unemployment", Journal of Economic Perspectives, 11 :1, 51-72.
- Blanchflower D. y A. Oswald, 1994. **The Wage Curve**, Cambridge : MIT Press.
- Castaño, E. y L. F. Melo, 1998. "Métodos de Combinación de pronósticos: una aplicación a la inflación colombiana", Borradores de Economía, Banco de la República, No.109.
- Charemza, W. W. And D. F. Deadman, 1997. **New Directions in Econometrics Practice**, Edward Elgar, Second Edition.
- Cuthbertson, K. Et al, 1992. **Applied Econometric Techniques**, Harvester Wheatsheaf.
- Davidson, R. and J. Mackinnon, 1981, "Several Test for Model Specification in the Presence of Alternative Hypotheses", *Econometrica*, Vol. 49, No. 3
- , 1982, "Some Non-nested Hypotheses Test and the Relations Among Them", *Review of Economic Studies* No. 58.
- Dupasquier y Ricketts 1998 "Non-linearities in the Output-Inflation Relationship : Some Empirical Results for Canada" Working Paper 98-14 Bank of Canada.
- Fisher T. (1989) "Efficiency Wages: A Literature Survey" Working Paper No.89-5. Bank of Canada.
- Fillion, J.F. et A. Léonard, 1997, "La courbe de Phillips au Canada: un examen de quelques hypotheses", Département des Recherches, Banque du Canada.
- Friedman M. ,1968, "The Role of Monetary Policy", *American Economic Review*, 58, 1-17.
- Granger, C.W.J. and P. Newbold, 1977 , **Forecasting Economic Time Series**, New York Academic Press, **Referenciado por:** Castaño y Melo 1998.
- Gordon, R.(1997) "The Time-Varying NAIRU and its Implications for Economic Policy". *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 11. No.1. pp.11-32.
- Gujatari D. , 1997, **Econometría**, 3a. Edición, Mc Graw Hill Eds.
- Hamilton, D., 1994, **Time Series Analysis**, Princeton.
- Hodrick, R. and E. Prescott, 1980, "Post-War US Business Cycles : An empirical investigation" (Mimeo Carnegie-Mellon University).

Harvey, C.A., 1992. **Forecasting, structural time series models and the Kalman filter**, Cambridge University Press.

Hendry, D., 1995. **Dynamic Econometrics**, Advanced Texts in Econometrics, Oxford University Press.

Judge, G., et al, 1988. **Introduction to the Theory and Practice of Econometrics**, John Wiley, Second Edition.

Kennedy, P., 1994. **A Guide to Econometrics**, The MIT Press, Third Edition.

Lucas, R. y Sargent T. (1978) "After Keynesian Econometrics" en **After the Phillips Curve: Persistence of High Inflation and High Unemployment**, Conference Series 19. Boston. Federal Reserve Bank of Boston, pp.49-72.

Melo Luis F. y A. Riascos, 1997. "El Producto Potencial Utilizando el Filtro de Hodrick-Prescott con Parámetro de Suavización Variable y Ajustado por Inflación : Una Aplicación para Colombia" Borradores Semanales de Economía, Banco de la República, No.83.

Melo, L.F. Y M. Misas, 1997. "Análisis del comportamiento de la inflación trimestral en Colombia bajo cambios de régimen : una evidencia a través del modelo *switching* de Hamilton", Borradores de Economía Banco de la República, No. 86.

Misas, M y E. López, 1998, "El producto Potencial en Colombia: una estimación bajo VAR estructural", Borradores de Economía, Banco de la República, No. 94.

Mizon, G. and J.F. Richard, 1986, "The Encompassing Principle and its Application to Testing Non-nested Hypotheses", *Econometrica*, Vol. 54 No. 3.

Pindyck, R. S. and D. Rubinfeld, 1998. **Econometric Models and Economic Forecasts**, McGraw-Hill, Fourth Edition.

Samuelson P. Y Solow R. ,1960 "Analytical Aspects of Anti-Inflation Policy" en *American Economic Review*, Mayo, Papers and Proceedings, 50, 177-94.

Solow R. 1976. "Down the Phillips Curve with Gun and Camera" en *Inflation, Trade and Taxes: Essays in Honor of Alice Bourneuf Belsey* (ed.), Columbus: Ohio State University Press.

Stiglitz J. (1997). " Reflection on the Natural Rate Hypothesis" , *Journal of Economics Perspectives* Vol 11, No.1. pp.3-10.

----- (1986) " Theories of Wage Rigidity" en **Keynes' Economic Legacy: Contemporary Economic Theories**, edited by J.I. Butkiewicz, K.L. Koford y J. B.Miller pp.153-122.

St-Amant P. y van Norden S. (1997) "Measurement of the Output Gap: a Discussion of the Recent Research of the Bank of Canada" Technical Report No.79. Bank of Canada.

Weisberg, S., 1985. **Applied Linear Regression**, John Wiley, Second Edition.

Whelan K. 1997. "Wage Curve vs Phillips Curve: Are There Macroeconomic Implications? Division of Research and Statistics. Federal Reserve Board. Mimeo.

ANEXO 1

Construcción de las diferentes medidas de PIB Potencial

1. Componente permanente o de tendencia bajo el Filtro de Hodrick y Prescott (1980)²³

En general, una serie de tiempo y_t , ajustada por factores estacionales, puede ser expresada a través de la suma de sus componentes de tendencia (g_t) y ciclo (c_t), así :

$$y_t = g_t + c_t \quad t = 1, 2, \dots, T$$

De tal forma que, el componente permanente o de tendencia está caracterizado por factores de oferta de la economía, en tanto que, al componente cíclico lo caracterizan factores de demanda agregada tal que éste puede ser interpretado como fluctuaciones o desequilibrios en torno al componente permanente.

Como medida de variabilidad del componente $\{g_t\}$ se utiliza la suma de los cuadrados de su segunda diferencia. El componente $\{c_t\}$ puede ser entendido como las desviaciones respecto a $\{g_t\}$, tal que en el largo plazo su promedio es cercano a cero. Bajo las consideraciones anteriores, para determinar el componente permanente o de tendencia se tiene el siguiente problema de minimización:

$$\text{Min}_{\{g_t\}_{t=1}^T} \left\{ \sum_{t=1}^T (y_t - g_t)^2 + I \sum_{t=1}^T [(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})]^2 \right\} \quad (1)$$

de tal forma que se seleccionará la secuencia $\{g_t\}$ que minimice la suma de cuadrados, es decir, que minimice la variabilidad de la tasa de crecimiento del componente permanente. Es de señalar que, en el problema de minimización, I es una constante arbitraria que refleja el costo de la inclusión de fluctuaciones alrededor de la tendencia. Así, mientras mayor sea el valor de dicho parámetro más suave es la serie solución. Bajo este esquema, el PIB potencial se describe a través de la serie $\{g_t\}$ seleccionada en el problema de minimización al considerar a $y_t = \text{Ln}(\text{PIBK}^*)_t$, (PIBK^* serie desestacionalizada). El “gap” del producto se deriva entonces a través de la siguiente diferencia : $gap_t = (y_t - g_t)$.

²³ A pesar de ser este procedimiento muy conocido, se presenta aquí con el fin de relacionarlo, mas adelante, con el procedimiento de lambda cambiante.

2. Componente permanente o de tendencia bajo el Filtro de Hodrick y Prescott con I cambiante, Razzak (1996)

Como lo señalan Melo y Riascos 1997 existen varias inquietudes asociadas a la determinación del parámetro I en la formulación de Hodrick y Prescott, las cuales se centran en que: (i) el modelo estadístico utilizado por Hodrick y Prescott es distante, en general, de la realidad y (ii) la especificación de un único I durante el período completo de análisis no reconoce que, al estar el componente permanente de la serie caracterizado por la demanda agregada, la tendencia debe responder a los diferentes cambios estructurales de la economía en el período de análisis.

Lo anterior lleva a la propuesta de Razzak (1996) seguida por Melo y Riascos (1997), la cual se basa en la utilización del filtro de Hodrick y Prescott con parámetro I cambiante, es decir :

$$\text{Min}_{\{g_t\}_{t=-1}^T} \left\{ \sum_{t=1}^T (y_t - g_t)^2 + I_t \sum_{t=1}^T [(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})]^2 \right\} \quad (2)$$

$$\text{utilizando } I_t = \begin{cases} I^1 & t = 1980:2 \dots 1984:4 \\ I^2 & t = 1985:1 \dots 1989:4 \\ I^3 & t = 1990:1 \dots 1998:1 \end{cases}$$

donde $I^1, I^3 \leq I^2$. Los períodos correspondientes a los diferentes parámetros I^i ($i=1,2,3$) son determinados a través de modelación VAR estructural y sus niveles mediante la simulación de tripletas: (I^1, I^2, I^3) las cuales permiten derivar diferentes series solución $\{g_t\}$, en el proceso de minimización presentado en (2), asociadas éstas con medidas del PIB potencial, al considerar $y_t = \text{Ln}(\text{PIBK}^*)_t$, (PIBK^* : PIB real desestacionalizado). Aquella tripleta que en la simulación produzca un “gap” del producto que minimice, en un modelo de curva de Phillips, la suma de los cuadrados de los errores es la seleccionada.

La serie $\{g_t\}$ solución de (2) considerando la tripleta seleccionada se identifica como el producto potencial “adecuado”. La construcción del *gap* es similar a la descrita en la metodología anterior.

Es de señalar que, tanto en la metodología de Hodrick-Prescott tradicional como en la que se considera el parámetro I cambiante, se utiliza la serie de PIB real desestacionalizado PIBK^* obtenida bajo el filtro X-11 aplicado al PIB real.

3. PIB Potencial como promedio móvil de la capacidad instalada

En este ejercicio el PIB Potencial se define como el promedio móvil de orden 3 con corrección de media de la variable capacidad instalada.

4. Componente de tendencia bajo el filtro de Kalman

Dada la serie $y_t = \text{PIBK}_t^*$ ésta puede ser descompuesta de la siguiente manera :

$$y_t = \mathbf{m}_t + \mathbf{e}_t \quad (3)$$

donde \mathbf{m}_t es la componente de tendencia y \mathbf{e}_t ruido blanco con $\mathbf{e}_t \sim (0, \mathbf{s}_e^2)$. La componente de tendencia se supone generada por el siguiente proceso estocástico biecuacional :

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_t &= \mathbf{m}_{t-1} + \mathbf{b}_t + \mathbf{h}_{1t} \\ \mathbf{b}_t &= \mathbf{b}_{t-1} + \mathbf{h}_{2t} \end{aligned} \quad (4)$$

donde \mathbf{h}_{1t} y \mathbf{h}_{2t} perturbaciones independientes y ruido blanco con $\mathbf{h}_{1t} \sim (0, \mathbf{s}_{h_1}^2)$ y $\mathbf{h}_{2t} \sim (0, \mathbf{s}_{h_2}^2)$

De tal forma que la representación estado espacio es :

$$\begin{aligned} y_t &= H z_t + \mathbf{e}_t \\ z_t &= F z_{t-1} + \mathbf{h}_t \end{aligned} \quad (5)$$

donde :

$$H = (1, 0) \quad F = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad z_t = \begin{pmatrix} \mathbf{m}_t \\ \mathbf{b}_t \end{pmatrix} \quad \mathbf{h}_t = \begin{pmatrix} \mathbf{h}_{1t} \\ \mathbf{h}_{2t} \end{pmatrix} \quad \text{VAR} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{e}_t \\ \mathbf{h}_t \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_e^2 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{s}_{h_1}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{s}_{h_2}^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

siendo z_t el vector de estado. En el caso en que \mathbf{e}_t sea un proceso ruido blanco gaussiano, la representación estado espacio tiene la siguiente función de verosimilitud :

$$l = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T l_t$$

$$l_t = -\frac{N_y}{2} \log(2\mathbf{p}) - \frac{1}{2} \log(|C_t|) - \frac{1}{2} \hat{\mathbf{e}}_t' C_t^{-1} \hat{\mathbf{e}}_t \quad (7)$$

donde C_t es la matriz del error medio cuadrático del error de predicción $\hat{\mathbf{e}}_t$. Mediante (7) y el proceso recursivo del algoritmo de Kalman (Harvey 93) se estima el PIB potencial a través del predictor de un paso del vector de estado. El *gap* se construye bajo la forma ya explicada, es decir, como el diferencial de los logaritmos del PIB real desestacionalizado y el predictor de un paso de la componente de tendencia del vector de estado de la representación estado espacio de modelo presentado en (3).

5. PIB Potencial bajo VAR estructural

El esquema de construcción del PIB Potencial a través de VAR estructural, como lo señalan Misas y López (1998), parte de la metodología sugerida por Blanchard y Quah (1989), quienes asumen que existe la posibilidad de que el producto sea afectado por más de un tipo de perturbación, por ello se explota la información de otras variables macroeconómicas, en este caso la tasa de desempleo. En su sistema existen dos tipos de perturbaciones, cada una no correlacionada con la otra, y ninguna con efecto de largo plazo sobre el desempleo. Se asume que el primer tipo de perturbación tiene un efecto de largo plazo sobre el producto mientras que la segunda no.

En consecuencia, bajo su metodología se investigan los efectos dinámicos de perturbaciones o “shocks” de naturaleza dicótoma²⁴ sobre un sistema bivariado estacionario²⁵ como el planteado en (8), bajo el supuesto de que el “shock” : e_{1t} , no tiene efecto de largo plazo sobre el nivel de la variable y_t en tanto que, el “shock” : e_{2t} , si afecta tal nivel en el largo plazo. En el caso de dos variables, tal restricción de largo plazo se conforma como la restricción adicional que posibilita, de acuerdo al modelo C^{26} presentado por Amisano y Giannini (1997), la fase de identificación.

Partiendo del sistema bivariado estacionario de variables X_t y del vector de “shocks” estructurales presentados a continuación:

$$X_t = \begin{bmatrix} \Delta y_t \\ z_t \end{bmatrix} \quad e_t = \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\Delta y_t = \Delta \ln(\text{PIBK}) \text{ y } z_t = \text{Tasa de desempleo}$$

el primer paso de la metodología consiste en estimar el modelo VAR²⁷ estándar adecuado sobre el sistema bivariado X_t :

$$X_t = A_1 X_{t-1} + \dots + A_p X_{t-p} + e_t \quad (9)$$

con matriz de varianza-covarianza: \sum_e . Dado que el sistema es estacionario, bajo el teorema de descomposición de Wold, (9) tiene la siguiente representación VMA :

$$X_t = \Phi_0 e_t + \Phi_1 e_{t-1} + \Phi_2 e_{t-2} + \dots \quad (10)$$

donde $\Phi_0 = I_2$. Igualmente, el sistema puede ser planteado a través de los “shocks” estructurales :

$$X_t = C_0 e_t + C_1 e_{t-1} + C_2 e_{t-2} + \dots \quad (11)$$

la dicotomía entre los efectos temporales y permanentes permite una completa identificación de las innovaciones estructurales a partir de los residuales estimados a través del VAR estándar. Así :

²⁴ matriz de varianza-covarianza: $\Omega = I_2$

²⁵ Donde Δy_t y z_t deben ser estacionarias. La metodología requiere que la variable y_t sea integrada de orden uno, $I(1)$. En caso de que z_t no sea estacionaria, ésta debe ser diferenciada.

²⁶ En este modelo se parte de la siguiente representación VAR estándar : $A(L)Y_t = e_t$ de tal forma que sus errores están relacionados con los estructurales mediante la matriz C , así : $e_t = C e_t$ donde $E[e_t] = 0$ y $E[e_t e_t'] = I$. La Matriz C puede ser derivada de la igualdad : $\sum_e = CC'$.

$$\Phi(L)e_t = C(L)e_t \quad (12)$$

y suponiendo que C_0 es no singular (12) puede ser reescrita como sigue:

$$\Phi(L)e_t = C(L)C_0^{-1}C_0e_t \quad (13)$$

de donde se deriva que:

$$\Phi(L) = C(L)C_0^{-1} \quad y \quad e_t = C_0e_t \quad (14)$$

La determinación de C_0 se lleva a cabo a través de la solución de un sistema de ecuaciones no lineales²⁸ conformado a partir de la $VAR(e_t)$ en (14) y de la restricción de largo plazo.

La construcción del PIB potencial se deriva de la serie de cambios permanentes en $\{y_t\}$ definidos como :

$$P\Delta y_t = PD(\Delta y_t) + \sum_{k=0}^{\infty} c_{12}(k)e_{2t-k} \quad (15)$$

donde se tiene:

(i) $PD(\Delta y_t)$: componente determinística y su estimación se lleva a cabo a través de la siguiente representación :

$$\begin{bmatrix} PD\Delta y_t \\ PDz_t \end{bmatrix} = (I - \hat{A}_1 - \hat{A}_2 - \hat{A}_3)^{-1} \begin{bmatrix} \hat{a}_o \\ \hat{b}_o \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^3 \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11}^0 & \hat{\Phi}_{12}^0 \\ \hat{\Phi}_{21}^0 & \hat{\Phi}_{22}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d}_{1j} \\ \hat{d}_{2j} \end{bmatrix} DQJ_t + \dots \\ \dots + \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11}^{t-1} & \hat{\Phi}_{12}^{t-1} \\ \hat{\Phi}_{21}^{t-1} & \hat{\Phi}_{22}^{t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d}_{1j} \\ \hat{d}_{2j} \end{bmatrix} DQJ_1 \end{array} \right\} \quad (16)$$

siendo DQJ_i ($J=1,2,3$; $i=1,\dots,T$) el valor de las variables “dummies” centradas²⁹ en cada momento del tiempo y \hat{d}_{ij} elementos de la matriz \hat{d} .

(ii) $\sum_{k=0}^{\infty} c_{12}(k)e_{2t-k}$: componente permanente, el cual se deriva a partir de la relación planteada en (14) con

las estimaciones de C_0 y $\Phi(L)$, \hat{C}_0 y $\hat{\Phi}(L)$ y la recuperación de los errores estructurales, es decir:

$\sum_{k=0}^h \hat{c}_{12}(k)\hat{e}_{2t-k}$. Es de señalar que, el *gap* del producto se obtiene a través de integrar la diferencia entre $\Delta y_t - P\Delta y_t$.

En la ecuación (6), Δy_t se plantea como la suma de sus componentes permanente y transitorio, por consiguiente, una vez recuperados los “shocks” estructurales, los cambios permanentes en y_t pueden ser obtenidos como sigue:

²⁷ El modelo puede considerar distintas componentes determinísticas.

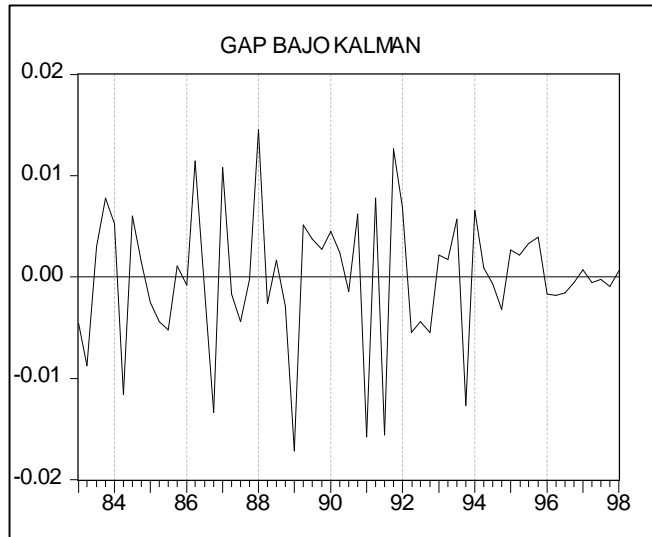
²⁸ Es de señalar que la solución del sistema produce 4 posibles matrices C_0 de tal forma que la seleccionada será aquella que en el análisis impulso-respuesta presente resultados coherentes con la teoría económica.

²⁹ Utilizadas con el fin de considerar en el modelo el comportamiento estacional del producto.

$$\Delta y_t = \sum_{k=0}^{\infty} c_{12}(k) \mathbf{e}_{2t-k} \quad (18)$$

ANEXO 2: GAP del producto bajo Kalman

Si bien se construyón un GAP bajo la metodología del Filtro de Kalman, los resultados no fueron satisfactorios desde el punto de vista económico.



ANEXO 3: Tablas de resultados

**Tabla 1
Estimación OLS
Curva de Phillips (CP1)**

Modelo seleccionado:

$$\Delta LIPC_t = c + a_1 \Delta LIPC_{t-2} + a_2 \Delta LIPC_{t-4} + a_3 GAP_{t-1} + e_t$$

| GAP | c | a ₁ | a ₂ | a ₃ | R ² | \bar{R}^2 | SSR |
|-----------|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|--------|
| HP | 0.0297 | -0.1993 | 0.6263 | 0.3738 | 0.545 | 0.522 | 0.0157 |
| HP- I C | 0.0307 | -0.2099 | 0.6199 | 0.4395 | 0.556 | 0.533 | 0.0154 |
| CI | 0.0373 | -0.2584 | 0.5248 | 0.1957 | 0.529 | 0.5046 | 0.0163 |
| VAR ESTR. | 0.0334 | -0.2252 | 0.5769 | 0.0478 | 0.506 | 0.4800 | 0.0171 |

- La violación del supuesto de normalidad en los residuales de cada modelo impide llevar a cabo cualquier tipo de inferencia estadística.

**Tabla 1A
Diagnóstico de residuales³⁰
Curva de Phillips (CP1)**

Modelo seleccionado :

$$\Delta LIPC_t = c + a_1 \Delta LIPC_{t-2} + a_2 \Delta LIPC_{t-4} + a_3 GAP_{t-1} + e_t$$

| GAP | Ljung-Box Lags : 15 | ARCH 1 | ARCH 4 | White sin t. cruzados | White con t. cruzados | Jarque Bera | Reset |
|-----------|------------------------|--------|--------|--------------------------|--------------------------|----------------|-------|
| HP | 0.468 | 0.845 | 0.227 | 0.885 | 0.974 | 0.000 | 0.727 |
| HP- I C | 0.479 | 0.821 | 0.194 | 0.868 | 0.959 | 0.000 | 0.755 |
| CI | 0.447 | 0.971 | 0.361 | 0.709 | 0.917 | 0.000 | 0.595 |
| VAR ESTR. | 0.305 | 0.826 | 0.281 | 0.261 | 0.197 | 0.000 | 0.668 |

³⁰ El diagnóstico de residuales sigue el enfoque del LSE presentado por Cuthbertson et al. 1992.

Tabla 2
Estimación OLS
Curva de Phillips (CP2)

Modelo seleccionado:

$$\Delta LIPC_t = c + a_1 D1_t + a_2 D2_t + a_3 D3_t + a_4 GAP_{t-1} + e_t$$

| GAP | c | a ₁ | a ₂ | a ₃ | a ₄ | R ² | R̄ ² | SSR |
|-----------|-------------------|------------------|------------------|--------------------|------------------|----------------|-----------------|--------|
| HP | 0.0517 (26.25) | 0.0385 (6.98) | 0.0151 (2.69) | -0.0105 (-1.88) | 0.1893 (1.35) | 0.6206 | 0.5935 | 0.0131 |
| HP- I C | 0.0518 (26.5) | 0.0385 (7.04) | 0.0150 (2.70) | -0.0105 (-1.90) | 0.2502 (1.69) | 0.627 | 0.600 | 0.0129 |
| CI | 0.0511 (26.8) | 0.0391 (7.33) | 0.0160 (2.96) | -0.0081 (-1.48) | 0.2106 (2.42) | 0.645 | 0.620 | 0.0123 |
| VAR ESTR. | 0.0519 (26.8) | 0.0409 (7.52) | 0.0156 (2.87) | -0.0104 (-1.91) | 0.0828 (0.87) | 0.6491 | 0.6236 | 0.0121 |

- Estadísticos t entre paréntesis.

Tabla 2A
Diagnóstico de residuales
Curva de Phillips (CP2)

Modelo seleccionado:

$$\Delta LIPC_t = c + a_1 D1_t + a_2 D2_t + a_3 D3_t + a_4 GAP_{t-1} + e_t$$

| GAP | Ljung-Box Lags : 15 | ARCH 1 | ARCH 4 | White sin t. cruzados | White con t. cruzados | Jarque-Bera | Reset |
|-----------|------------------------|--------|--------|--------------------------|--------------------------|-------------|-------|
| HP | 0.168 | 0.738 | 0.194 | 0.661 | 0.883 | 0.194 | 0.963 |
| HP- I C | 0.300 | 0.753 | 0.139 | 0.613 | 0.834 | 0.175 | 0.942 |
| CI | 0.675 | 0.992 | 0.222 | 0.372 | 0.340 | 0.360 | 0.244 |
| VAR ESTR. | 0.172 | 0.668 | 0.769 | 0.136 | 0.135 | 0.402 | 0.827 |

Tabla 3
Estimación OLS
Curva de Phillips (CP3)

Modelo seleccionado: $\Delta LIPC_t = c + a_1 \Delta LIPC_{t-2} + a_2 \Delta LIPC_{t-4} + a_3 GAP_{t-1} + a_4 \Delta LPM_{t-4} + a_5 DU86_t + e_t$

| GAP | c | a ₁ | a ₂ | a ₃ | a ₄ | a ₅ | R ² | \bar{R}^2 | SSR |
|-----------|------------------|--------------------|------------------|------------------|------------------|--------------------|----------------|-------------|--------|
| HP | 0.0189 (2.38) | -0.2328 (-2.84) | 0.6550 (7.69) | 0.3895 (3.29) | 0.2659 (3.49) | -0.0812 (-6.09) | 0.743 | 0.720 | 0.0127 |
| HP- I C | 0.0198 (2.57) | -0.2444 (-3.06) | 0.6474 (7.85) | 0.4617 (3.78) | 0.2718 (3.67) | -0.0813 (-6.23) | 0.756 | 0.734 | 0.0084 |
| CI | 0.0263 (3.20) | -0.3050 (-3.56) | 0.5292 (5.93) | 0.2281 (2.89) | 0.3114 (3.97) | -0.079 (-5.79) | 0.733 | 0.709 | 0.0092 |
| VAR ESTR. | 0.0220 (2.63) | -0.2897 (-3.25) | 0.5629 (6.11) | 0.1745 (1.74) | 0.3558 (3.86) | -0.0789 (-5.56) | 0.717 | 0.691 | 0.0097 |

Tabla 3A
Diagnóstico de residuales
Curva de Phillips (CP3)

Modelo seleccionado:

$\Delta LIPC_t = c + a_1 \Delta LIPC_{t-2} + a_2 \Delta LIPC_{t-4} + a_3 GAP_{t-1} + a_4 \Delta LPM_{t-4} + a_5 DU86_t + e_t$

| GAP | Ljung-Box Lags :15 | ARCH 1 | ARCH 4 | White sin t. cruzados | White con t. cruzados | Jarque-Bera | Reset |
|-----------|-----------------------|--------|--------|--------------------------|--------------------------|-------------|-------|
| HP | 0.921 | 0.032 | 0.102 | 0.068 | 0.031 | 0.795 | 0.853 |
| HP- I C | 0.922 | 0.020 | 0.088 | 0.038 | 0.014 | 0.741 | 0.947 |
| CI | 0.404 | 0.010 | 0.087 | 0.078 | 0.059 | 0.890 | 0.878 |
| VAR ESTR. | 0.862 | 0.557 | 0.473 | 0.090 | 0.129 | 0.888 | 0.420 |

Tabla 4
Estimación OLS
Curva de Phillips (CP4)

Modelo seleccionado:

$$\Delta LIPC_t = c + \alpha_1 D1_t + \alpha_2 D2_t + \alpha_3 D3_t + \alpha_4 GAP_{t-1} + \alpha_5 \Delta LPM_{t-4} + \alpha_6 DU86_t + \alpha_7 \Delta LIPC_{t-4} + \varepsilon_t$$

| GAP | c | α_1 | α_2 | α_3 | α_4 | α_5 | α_6 | α_7 | R ² | \bar{R}^2 | SSR |
|-----------------|------------------|------------------|------------------|--------------------|------------------|------------------|--------------------|------------------|----------------|-------------|--------|
| HP | 0.0210 (3.15) | 0.0207 (3.48) | 0.0110 (2.32) | -0.0068 (-1.51) | 0.3037 (2.66) | 0.2219 (3.09) | -0.070 (-5.28) | 0.4161 (3.75) | 0.780 | 0.752 | 0.0076 |
| HP- λ C | 0.0209 (3.22) | 0.0206 (3.54) | 0.0109 (2.35) | -0.0068 (-1.54) | 0.3650 (3.09) | 0.2257 (3.21) | -0.070 (-5.40) | 0.4173 (3.87) | 0.789 | 0.761 | 0.0073 |
| CI | 0.0263 (4.04) | 0.0261 (4.43) | 0.0140 (2.97) | -0.0061 (-1.36) | 0.1970 (2.74) | 0.2468 (3.43) | -0.0658 (-4.99) | 0.2771 (2.56) | 0.782 | 0.753 | 0.0075 |
| VAR ESTR. | 0.0260 (3.97) | 0.0280 (4.70) | 0.0135 (2.91) | -0.0085 (-1.91) | 0.1546 (1.79) | 0.2886 (3.62) | -0.0641 (-4.89) | 0.2563 (2.36) | 0.789 | 0.761 | 0.0072 |

Estadísticos t entre paréntesis.

Tabla 4A
Diagnóstico de residuales
Curva de Phillips (CP4)

Modelo seleccionado:

$$\Delta LIPC_t = c + \alpha_1 D1_t + \alpha_2 D2_t + \alpha_3 D3_t + \alpha_4 GAP_{t-1} + \alpha_5 \Delta LPM_{t-4} + \alpha_6 DU86_t + \alpha_7 \Delta LIPC_{t-4} + \varepsilon_t$$

| GAP | Ljung-Box Lags :15 | ARCH 1 | ARCH 4 | White sin t. cruzados | White con t. cruzados | Jarque-Bera | Reset |
|-----------------|-----------------------|--------|--------|--------------------------|--------------------------|-------------|-------|
| HP | 0.722 | 0.079 | 0.153 | 0.050 | 0.120 | 0.927 | 0.613 |
| HP- λ C | 0.725 | 0.058 | 0.148 | 0.021 | 0.073 | 0.996 | 0.757 |
| CI | 0.107 | 0.027 | 0.195 | 0.197 | 0.542 | 0.675 | 0.079 |
| KALMAN | 0.876 | 0.083 | 0.070 | 0.160 | 0.602 | 0.625 | 0.843 |
| VAR ESTR. | 0.539 | 0.236 | 0.349 | 0.222 | 0.666 | 0.973 | 0.572 |

P-values asociados a las estadísticas correspondientes.

Tabla 5
Estimación OLS
Curva de Phillips (CP5)

Modelo seleccionado:

$$\Delta LIPC_t = a_1 \Delta LIPC_{t-2} + a_2 \Delta LIPC_{t-4} + a_3 GAP_{t-1} + a_4 \Delta LPM_{t-4} + a_5 DU86_t + a_6 P21_t + a_7 P22_t + e_t$$

| GAP | a_1 | a_2 | a_3 | a_4 | a_5 | a_6 | a_7 | R^2 | \bar{R}^2 | SSR |
|-----------|--------------------|------------------|------------------|------------------|--------------------|------------------|------------------|-------|-------------|--------|
| HP | -0.2219 (-2.76) | 0.6962 (8.06) | 0.3518 (2.99) | 0.1717 (1.89) | -0.0863 (-6.44) | 0.0280 (3.03) | 0.0178 (2.28) | 0.758 | 0.732 | 0.0083 |
| HP- I C | -0.2335 (-2.97) | 0.6855 (8.15) | 0.4196 (3.42) | 0.1853 (2.08) | -0.0860 (-6.55) | 0.0281 (3.12) | 0.0187 (2.46) | 0.768 | 0.743 | 0.0080 |
| CI | -0.2850 (-3.29) | 0.5785 (5.98) | 0.1856 (2.17) | 0.2316 (2.31) | -0.0832 (-5.96) | 0.0322 (3.42) | 0.0243 (2.93) | 0.741 | 0.712 | 0.0089 |
| VAR ESTR. | -0.2816 (-3.33) | 0.6174 (6.88) | 0.2313 (2.36) | 0.2375 (2.42) | -0.0863 (-6.28) | 0.0353 (3.76) | 0.0199 (2.50) | 0.751 | 0.722 | 0.0086 |

Tabla 5A
Diagnóstico de residuales
Curva de Phillips (CP5)

Modelo seleccionado :

$$\Delta LIPC_t = a_1 \Delta LIPC_{t-2} + a_2 \Delta LIPC_{t-4} + a_3 GAP_{t-1} + a_4 \Delta LPM_{t-4} + a_5 DU86_t + a_6 P21_t + a_7 P22_t + e_t$$

| GAP | Ljung-Box Lags :15 | ARCH 1 | ARCH 4 | White sin t. cruzados | White con t. cruzados | Jarque-Bera | Reset |
|-----------|-----------------------|--------|--------|--------------------------|--------------------------|-------------|-------|
| HP | 0.903 | 0.017 | 0.089 | 0.052 | 0.009 | 0.942 | 0.697 |
| HP- I C | 0.894 | 0.011 | 0.087 | 0.027 | 0.011 | 0.995 | 0.818 |
| CI | 0.491 | 0.015 | 0.117 | 0.039 | 0.012 | 0.675 | 0.438 |
| VAR ESTR. | 0.591 | 0.206 | 0.544 | 0.100 | 0.179 | 0.567 | 0.714 |

Tabla 6
Estimación OLS
Curva de Phillips (CP6)

Modelo seleccionado:

$$\Delta LIPC_t = \alpha_1 D1_t + \alpha_2 D2_t + \alpha_3 D3_t + \alpha_4 GAP_{t-1} + \alpha_5 \Delta LPM_{t-4} + \alpha_6 \Delta LIPC_{t-4} + \alpha_7 DU86_t + \alpha_8 P21_t + \alpha_9 P22_t + \varepsilon_t$$

| GAP | α_1 | α_2 | α_3 | α_4 | α_5 | α_6 | α_7 | α_8 | α_9 | R ² | \bar{R}^2 | SSR |
|-----------------|------------------|------------------|--------------------|------------------|------------------|------------------|--------------------|------------------|------------------|----------------|-------------|--------|
| HP | 0.0194 (3.25) | 0.0105 (2.23) | -0.0065 (-1.45) | 0.2802 (2.45) | 0.1523 (1.78) | 0.4648 (4.05) | -0.0748 (-5.53) | 0.0274 (3.46) | 0.0196 (2.94) | 0.789 | 0.757 | 0.0073 |
| HP- λ C | 0.0194 (3.32) | 0.0105 (2.27) | -0.0065 (-1.48) | 0.3379 (2.84) | 0.1620 (1.92) | 0.4613 (4.12) | -0.0744 (-5.60) | 0.0267 (3.44) | 0.0196 (3.01) | 0.796 | 0.765 | 0.0070 |
| CI | 0.0249 (4.07) | 0.0135 (2.82) | -0.0061 (-1.34) | 0.1726 (2.19) | 0.2029 (2.22) | 0.3167 (2.64) | -0.0689 (-4.98) | 0.0297 (3.79) | 0.0251 (3.74) | 0.784 | 0.751 | 0.0074 |
| VAR ESTR. | 0.0257 (4.34) | 0.0127 (2.78) | -0.0081 (-1.86) | 0.1897 (2.19) | 0.2122 (2.42) | 0.3241 (2.89) | -0.0703 (-5.32) | 0.0333 (4.46) | 0.0231 (3.52) | 0.803 | 0.773 | 0.0060 |

Estadísticos t entre paréntesis.

Tabla 6A
Diagnóstico de residuales
Curva de Phillips (CP6)

Modelo seleccionado:

$$\Delta LIPC_t = \alpha_1 D1_t + \alpha_2 D2_t + \alpha_3 D3_t + \alpha_4 GAP_{t-1} + \alpha_5 \Delta LPM_{t-4} + \alpha_6 \Delta LIPC_{t-4} + \alpha_7 DU86_t + \alpha_8 P21_t + \alpha_9 P22_t + \varepsilon_t$$

| GAP | Ljung-Box Lags :15 | ARCH 1 | ARCH 4 | White sin t. cruzados | White con t. cruzados | Jarque-Bera | Reset |
|-----------------|-----------------------|--------|--------|--------------------------|--------------------------|-------------|-------|
| HP | 0.623 | 0.027 | 0.155 | 0.035 | 0.047 | 0.639 | 0.227 |
| HP- λ C | 0.626 | 0.020 | 0.144 | 0.017 | 0.144 | 0.809 | 0.307 |
| CI | 0.118 | 0.025 | 0.170 | 0.068 | 0.104 | 0.338 | 0.056 |
| VAR ESTR. | 0.195 | 0.125 | 0.328 | 0.138 | 0.292 | 0.431 | 0.271 |

P-valores asociados a las estadísticas correspondientes.